

# fischer<sup>®</sup>technik hobby

## experimenten en modellen



met hobby 1 + S

extra: 1 basisplaat 1000-0

**krachten**  
**evenwichtsvoorwaarden**  
**vrijheidsgraden**  
**plaatsing van lichamen**  
**hef-, draai- en ophaalbruggen**

Art. Nr. 6 39414 7

**hobby 1**  
**deel 3**

# fischertechnik<sup>®</sup>hobby

**Experimenten + Modellen**

krachten  
evenwichtsvoorwaarden  
vrijheidsgraden  
plaatsing van lichamen  
hef-, draai- en ophaalbruggen

**met hobby 1 + S**

extra: 1 basisplaat 1000-0

---

**hobby 1**  
**deel 3**



hobby 1-3 van de serie hobby »Experimenten en Modellen« bestaat in feite uit twee delen. Het eerste geeft een inleiding op de wetten van de statika met behulp van de dozen hobby 1 en hobby S. In het tweede stuk komt vooral de praktijk aan de orde. De modelbouwers zullen hier alles vinden waar hun hart naar uitgaat: zonder al te veel theorie en beschouwingen technisch perfect werkende modellen bouwen.

Het eerste deel verlangt enige wiskundige kennis, of liever gezegd, de bereidheid zich in de wiskundige en natuurkundige gedachtegang te verdiepen. Daarbij wordt van de lezer uiteraard niet geëist dat hij een professionele beheersing van de constructie- en berekeningsmethoden verwerft; het gaat alleen om het begrijpen van de denkrant in de statika en een zeker gevoel voor de verbanden.

U vindt in het eerste stuk van dit boek vele modellen die in plaats van of naast tekeningen, alleen bedoeld zijn ter verduidelijking van natuurkundige wetten.

Het bouwen van de modellen zou u kunnen vergeten, aan de andere kant echter zijn de modellen zo opgezet dat zij een inzicht verschaffen in de technisch juiste constructie van staanders, masten, stijlen e. d. Om die reden is minstens een nauwgezette bestudering de moeite waard.

De toepassing van de wetten der statika in staalkonstrukties wordt in hobby 1-4 en 1-5 gegeven.

Het tweede stuk van dit boek behandelt beweegbare bruggen en grijpt slechts een enkele keer terug op de theorie. De bouw van de modellen is dan ook heel goed mogelijk zonder dat u zich uitgebreid in het theoretische deel van dit boek heeft verdiept. U zult er overigens verbaasd van staan hoeveel oplossingen er zijn voor het probleem van de beweegbare brug.

De meeste modellen kunt u met de onderdelen van doos hobby 1 en hobby S bouwen. In enkele gevallen zijn een paar onderdelen uit hobby 2 of aanvullingsdozen nodig. Voor vele modellen is een grote basisplaat erg handig, noodzakelijk is deze echter slechts in 2 gevallen.

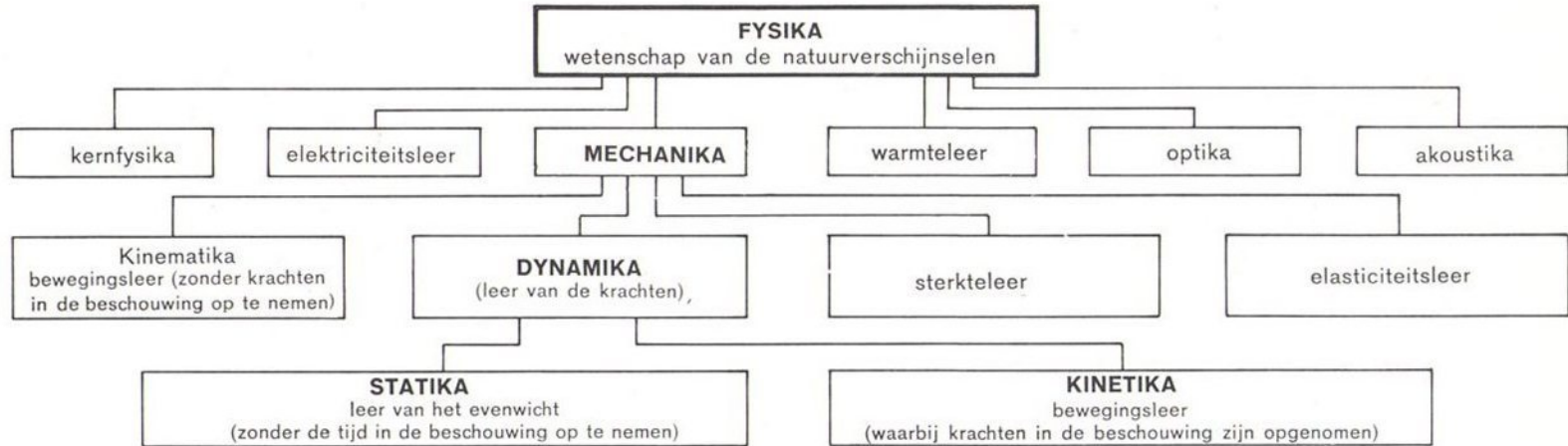
De modellen van het tweede deel in dit boek zijn zogenaamde funktiemodellen. Het betekent dat ze naar hun werking precies overeenkomen met hun voorbeeld uit de werkelijkheid, waarbij het natuurgetrouw weergeven van het uiterlijk op de tweede plaats is gekomen. Bij de grotere modellen is op de technisch juiste constructie gelet van dragers en staanders, in zoverre de onderdelen dat mogelijk maakten. Het is een algemeen geldende regel dat constructiemodellen natuurgetrouwer worden naarmate we ze groter opzetten. Wie dan ook meer hobbydozen of onderdelen heeft, kan de getoonde modellen als inspiratiebron gebruiken voor zelf te bouwen grotere modellen.

Uw

# Inhoud

	pag		pag
<u>Wat is statika? Waartoe dient zij?</u>	4	<u>Vrijheidsgraden</u>	44
<u>Evenwicht – Krachten – Momenten</u>		Cardanophanging	44
Evenwicht	6	Voorbeeld loopkraan	46
Kracht	8	Steunpunten	46
Kracht als vektor	12	<u>Statisch bepaalde en onbepaalde systemen</u>	
Axioma's van de statika	14	Scharnierende spanten	50
Vektoradditie	18	Vaste oplegging	50
Krachtoverbrenging	22	Roloplegging	52
Uitwendige en inwendige krachten	26	Ruimtelijke systemen	53
Ontbinden van krachten	29	Inklemming	54
Momenten	32	<u>Steunpuntsreacties</u>	55
<u>Evenwichtsvoorwaarden</u>		<u>Beweegbare bruggen</u>	
Centraal krachtensysteem van 2 krachten	34	Algemeen	56
Algemeen krachtensysteem van 2 krachten	35	Hefbruggen	57
Centraal krachtensysteem van 3 krachten	37	Draaibruggen	59
Treksterktemeter, voorbeeld van evenwichtsvoorwaarden	39	Ophaalbruggen	61
Kniehefboom, voorbeeld van evenwichtsvoorwaarden	41	Rolbasculebrug	67
Algemeen krachtensysteem van 3 krachten	43	Ophaalbrug	70
		Strauss-brug	74
		Strobel-brug	77
		fischertechnik hobbyboeken	80

# Wat is statika en waartoe dient zij?



## Statika

De statika is een deel van de mechanika en behoort daarmee tot de natuurkunde. De statika is de leer van het evenwicht van lichamen. Ze is sterk op op de techniek gericht en vormt de grondslag voor een groot deel van de technische berekeningen in de werktuigbouw en bouwtechniek. Heel duidelijk is de betekenis van de statika voor de staalbouw (bruggen, kranen, masten, hallen, e.d.). Onze voorbeelden zijn dan ook voornamelijk aan dit toepassingsgebied ontleend. Figuur 4.1 geeft een overzicht van de verschillende zelfstandige gebieden in de natuurkunde en de plaats van de statika.

Uit ervaring weten we dat allerlei materialen een bepaalde sterkte hebben. Machines die overbelast worden, raken defekt en een gebouw dat te grote lasten moet dragen, zal b.v. eerst scheuren gaan vertonen en tenslotte instorten. De constructeur moet daarom bij het ontwerpen van allerlei onderdelen bepalen welke belasting ze te dragen krijgen en of ze daar sterk genoeg voor zijn. Hij voert daartoe een sterkteberekening uit. Bij de belasting van een onderdeel zijn er twee punten waar het in wezen om gaat. Ten eerste, de kracht en het moment die op het voorwerp inwerken, en ten tweede de geometrische of meetkundige vorm en de afmetingen van het onderdeel.

## Spanning $p$

Een maat voor de belasting is de spanning  $p$ . In het eenvoudigste geval van een trekbelasting is de spanning gelijk aan de kracht  $F$  gedeeld door het oppervlak  $A$ , waarop de kracht inwerkt:

$$p = \frac{F}{A}$$

De optredende spanning noemen we  $p_{optr}$ . Deze mag de toelaatbare spanning  $p_{toe}$  niet overschrijden. De grondregel van de sterkteberekening luidt dan ook:

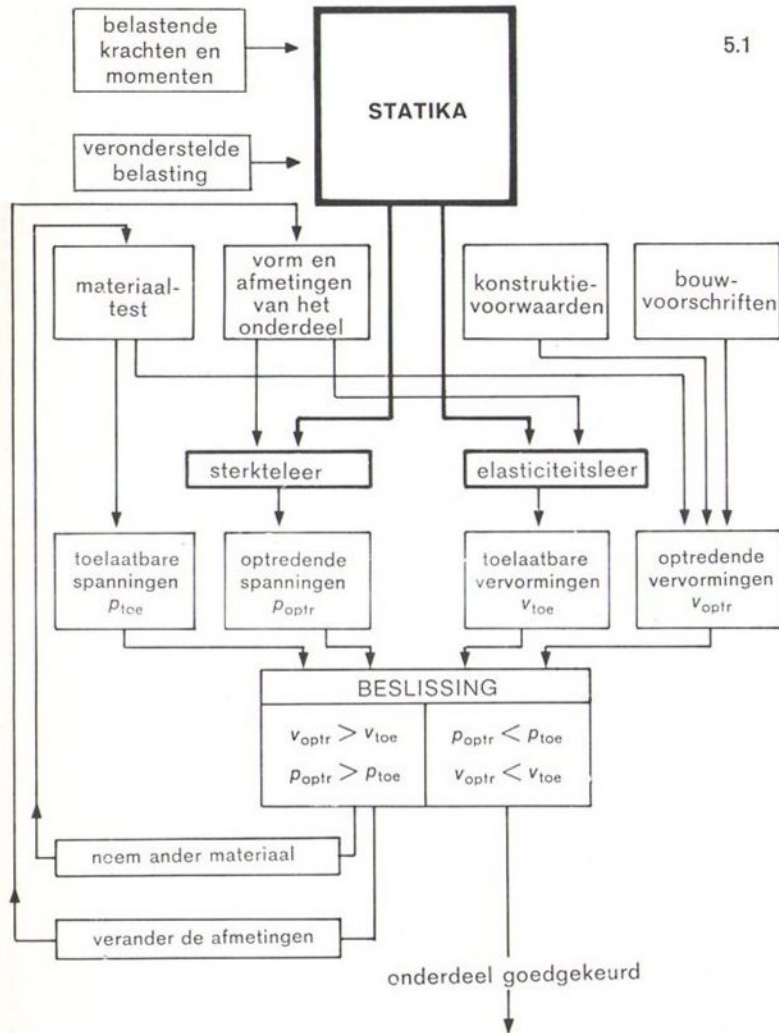
$$p_{optr} < p_{toe}$$

In woorden: de optredende spanning moet altijd kleiner zijn dan de toelaatbare.

## Testen van materiaal

Het verkrijgen van de toelaatbare waarden wordt proefondervindelijk vastgesteld. Die waarden voor verschillende stoffen zoals staal, gietijzer, beton enz. kan de constructeur in tabellen, handboeken en dergelijke vinden. Er wordt daarbij onderscheid gemaakt tussen verschillende manieren van belasten: trek, druk, buiging, torsie, enz.

5.1



### Voorschriften

De krachten die in het onderdeel optreden, berekent de constructeur met de belastingen waaraan het onderdeel is onderworpen. Deze moeten dus bekend zijn. Dat is vaak in ontoereikende mate het geval. Een constructeur zou op die manier een wel heel zware verantwoordelijkheid moeten dragen en bij een onjuiste schatting ter verantwoording kunnen worden geroepen. Er zijn daarom belastingsvoorschriften bepaald b. v. voor staalkonstrukties, bruggen, masten, e. d. Ze zijn in talrijke normen en wettelijke voorschriften vastgelegd. Bij voorbeeld: sneeuwbelasting (in Duitsland belangrijker dan bij ons), windbelasting en de belasting voor bruggen.

De opgave voor de statika is het de krachten en momenten te berekenen in elk onderdeel en op elk belangrijk punt van een constructie, op grond van de gegeven belastingen. Dat kan met behulp van een grafische methode (tekeningen) of door een berekening. Niet alleen voor constructies in rust, maar ook voor bewegende delen van een machine.

### Sterkteleer

De methodes van de sterkteleer stellen ons in staat de betreffende spanningen te berekenen. Hetgeen lang niet altijd zo gemakkelijk is als bij de trekspanning op de vorige pagina.

### Elasticiteitsleer

Onderdelen waarop krachten werken, worden vervormd. De grootte en aard van die vervorming kunnen we berekenen met de elasticiteitsleer. De statika heeft ons daarvoor de richting en de grootte van de inwerkende krachten verschaft.

Neem als voorbeeld een vakwerkbrug.

Met behulp van de statika kunnen we dan de werkende krachten in elke staaf berekenen uit de werkelijke of de voorgeschreven belastingen. De sterkteleer geeft uitsluitel of de staaf niet zal scheuren of knikken, of welke afmetingen de staaf moet hebben om dat niet te doen.

De doorbuiging van de brug onder belasting, berekenen we met behulp van de elasticiteitsleer en ze hangt af van de belasting van de staven. Deze doorbuiging kunnen we na het gereedkomen van de brug met een proefbelasting meten. Blijft de buiging beneden de max. toelaatbare waarde, dan is daarmee vastgesteld dat de brug voldoende draagvermogen heeft.

### Stabiliteit en zwaartepunt

Andere problemen van de statika zijn de berekening van de stabiliteit van bouwwerken e. d. (een hijskraan b. v.) en de zwaartepuntsbepaling.

# Het evenwicht

De statika is de leer van het evenwicht. Het begrip evenwicht is van de balansweegschaal afgeleid. Als aan beide kanten een **even groot gewicht** ligt, dan blijven de armen van de weegschaal in rust.

De definitie van evenwicht luidt: evenwicht is de toestand waarbij krachten op een lichaam inwerken zonder dat de bewegingstoestand van het lichaam verandert.

## In rust of eenparige beweging

Een lichaam heeft een onveranderde bewegingstoestand wanneer het in rust is of wanneer het een eenparige (onveranderde) beweging heeft. De snelheid van een lichaam in rust is nul ( $v = 0$ ), bij een eenparige beweging is de snelheid konstant ( $v = \text{konstant}$ ). Als de krachten die op een lichaam aangrijpen, elkaar in evenwicht houden dan blijft een rustend lichaam in rust, van een eenparig bewegend lichaam zal de snelheid niet veranderen.

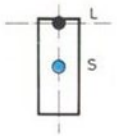
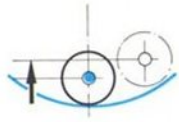


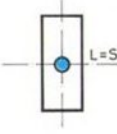
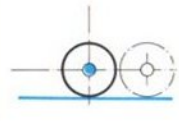
## Soorten evenwicht

In hobby 1-1 zijn de drie verschillende soorten evenwicht reeds besproken:

- **stabiel evenwicht:** het lichaam keert na een verstoring van z'n evenwichtstoestand steeds terug in de oorspronkelijke stand.
- **labiel evenwicht:** bij de minste of geringste verstoring zal het lichaam deze stand verlaten en proberen de toestand van stabiel evenwicht te verkrijgen.
- **indifferent evenwicht:** het lichaam is in elke stand in evenwicht.

In welk soort evenwicht het lichaam verkeert, hangt af van de positie van het zwaartepunt t. a. v. het ophang- of draaipunt. Tabel 6.1 geeft een overzicht dat kan dienen voor enkele proeven met het model 7.1.

6.1

	plaats v/h zwaartepunt	verplaatsing van het zwaartepunt bij een verstoring	verandering van de potentiële energie bij een verstoring
stabiel evenwicht			$E_1 = m \cdot g \cdot h_1$ $E_0 = m \cdot g \cdot h_0$  energietoename daar $h_1 > h_0$ is $E_1 > E_0$
labiel evenwicht			hoeveelheid energie daalt daar $h_1 < h_0$ is $E_1 < E_0$
indifferent evenwicht			geen verandering in de hoeveelheid energie daar $h_1 = h_0$ is $E_1 = E_0$

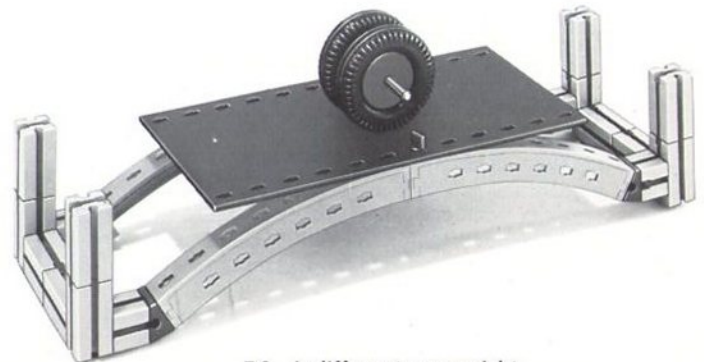
Wat zal het wiel doen  
als we het van plaats  
veranderen?



7.1 stabiel evenwicht



7.2 labiel evenwicht



7.3 indifferent evenwicht



# Het begrip kracht

We nemen allerlei veranderingen waar in de beweging van een lichaam: versnellingen, vertragingen, afwijkingen van de richting die het lichaam had.

De oorzaken van al die veranderingen noemen we krachten. Verder zien we dat een lichaam vervormingen ondergaat als verlenging, verkorting, verbuiging, verdraaiing, knikken, deuken, scheuren, breken. De oorzaken daarvan noemen we eveneens krachten.

## Definitie van een kracht

Krachten zijn de oorzaken van veranderingen in een beweging en van vervormingen.

Dat het zinvol is bewegingsveranderingen en vervormingen aan dezelfde oorzaak toe te schrijven, is het gemakkelijkst in te zien met het voorbeeld van de zwaartekracht. Deze is zowel de oorzaak van de versnelling van een vallend lichaam, als van de elastische vervorming die de liggers van een brug ondervinden, wanneer er mensen en voertuigen overheen gaan.

## Zwaartekracht

In model 9.1 zien we hoe de zwaartekracht een wagentje een versnelling geeft. Wie geen rails, b. v. uit ft aanvullingsdoos 058, heeft, kan het model ook bouwen vlg. fig. 9.2. De versnelling hangt af van de grootte van het gewicht. Ook de wrijving in de aslagers speelt een rol.

In model 8.1 vervormt dezelfde kracht (het gewicht van de 5 stenen + het haakje) een staaf. De vervorming (verlenging) van een veer dient bij de kracht- of dynamometer (b. v. ft 025) voor de meting van een kracht, zie fig. 10.1.

Er is een hele serie krachten waarvan we de belangrijkste zullen bespreken:

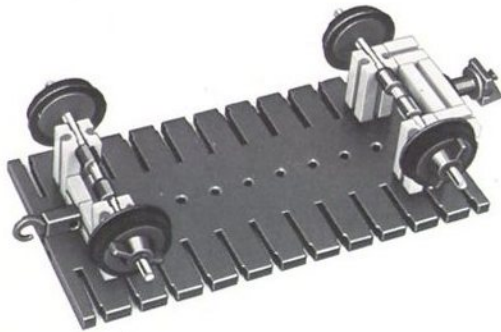
## Zwaartekracht

Hiermee hebben we reeds kennis gemaakt. Het is de kracht die de massa van de aardbol uitoefent op alle voorwerpen in haar omgeving. De grootte van die kracht is – op een en hetzelfde lichaam – op verschillende plaatsen niet geheel gelijk. (Zie deel 2-3). De aantrekkingskracht wordt kleiner naarmate de afstand tussen lichaam en aarde groter wordt. De kracht wordt groter als de massa groter wordt.

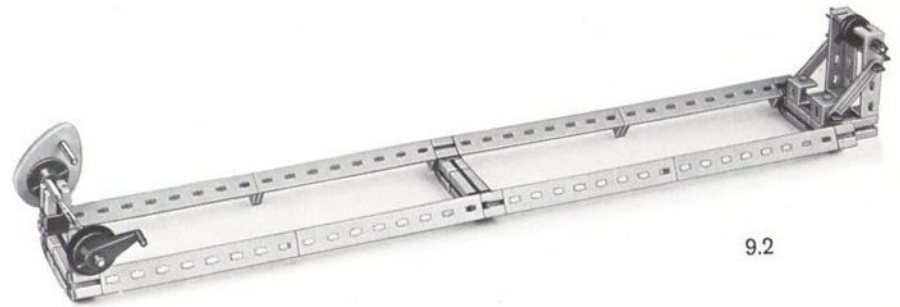
Op andere hemellichamen heerst een afwijkende zwaartekracht. Op de maan – veel kleiner dan de aarde – is de kracht ongeveer  $1/6$  van die op aarde. Voor de statika hier op aarde spelen al die verschillen geen rol.



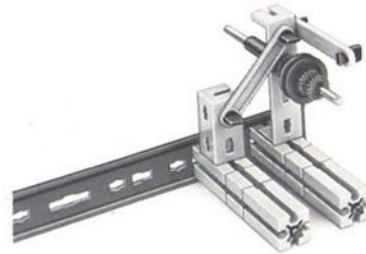
8.1



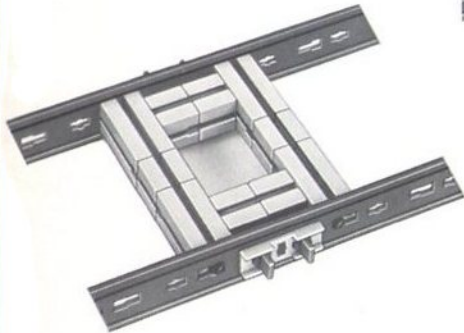
9.5 wagen van onderaf



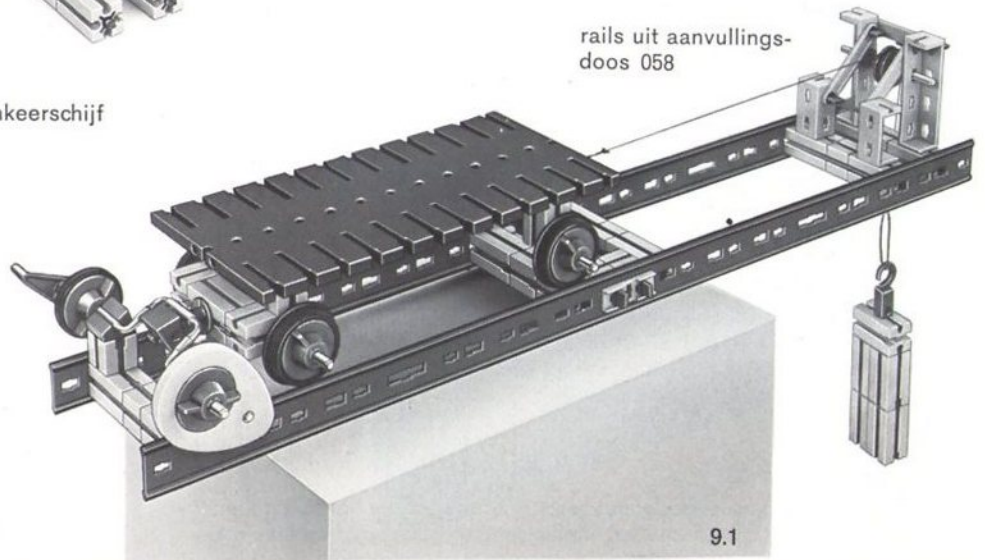
9.2



9.4 omkeerschijf



9.3 montage van de rails



rails uit aanvullings-  
doos 058

9.1

### **Veerkracht**

Veerkrachten ontstaan in lichamen die worden vervormd en hun oorspronkelijke vorm proberen terug te krijgen. Ze slaan als het ware de vervormingskrachten op.

### **Elasticiteit**

Dergelijke lichamen heten elastisch. Staal en rubber zijn elastische materialen die o. a. worden gebruikt voor het maken van veren.

### **Katapult**

In model 11.1 wordt een toepassing gegeven van dergelijke krachten. Het is de slingeraar of katapult, die reeds in de oudheid werd gebruikt. De veerkracht ontstaat door het spannen van de beide rubberelastieken. De slingerbalk wordt vergrendeld met de nok van de gelijkbenige hoeksteen die op de vlaksteen 30 is geschoven. De nok moet daartoe in het scharnier op de hefboom vallen.

Wie de verende scharniersteen uit hobby 2 of 3 heeft kan het elastiekje hier weglaten. Om te kunnen schieten trekken we de balk naar beneden tot de nok in het scharnier klikt; het projektiel leggen we op de platte steen, waarna we de hefboom naar achteren trekken.

We kunnen het model met een windas en een blokkeerpal uitbreiden, die de slingerbalk vasthoudt. Voor het afvuren van het schot wordt dan de blokkeerpal losgekoppeld.

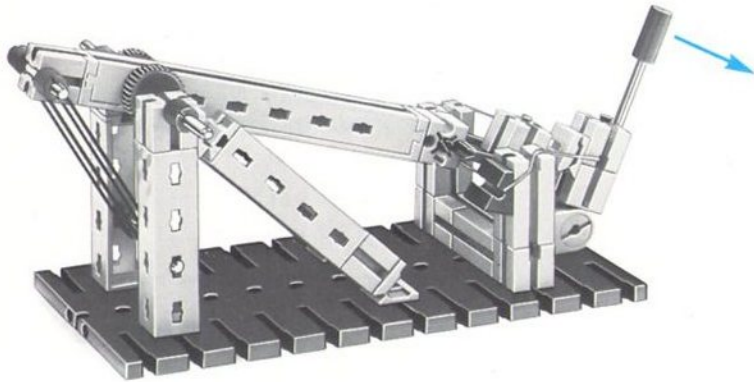
### **Spijkracht**

Menselijke en dierlijke spijkracht hebben honderden jaren gediend om machines aan te drijven. Allerlei motoren hebben de spijkrachten vervangen. In het dagelijks leven spelen ze nog een belangrijke rol, in de sport of bij het verhuizen b. v.

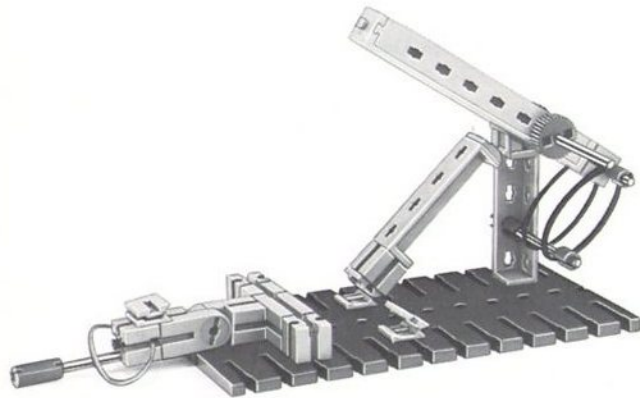
### **Andere krachten**

Andere krachten waarop we niet verder ingaan binnen het kader van de statika zijn: elektrische en elektromagnetische veldsterkte, de druk van een gas, de opwaartse druk in gassen en vloeistoffen.

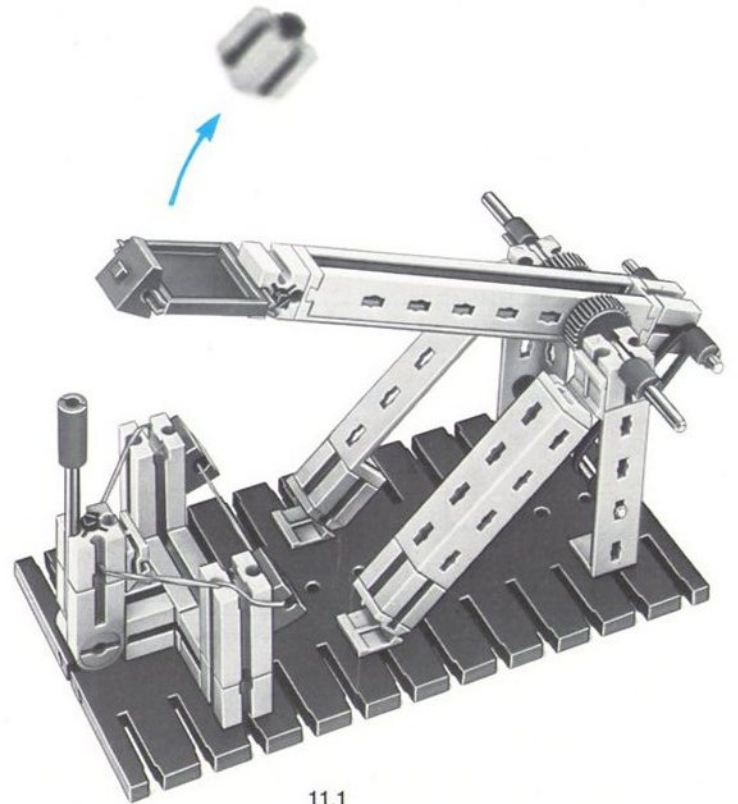




11.3 in gespannen toestand  
(achteraanzicht)



11.2 bouwfase 1



11.1

# De kracht als vektor

De kracht is een natuurkundige grootheid met een bepaalde richting. Voor de volledige beschrijving moeten we daarom niet alleen z'n grootte aangeven maar ook de richting waarin de kracht werkt en het aangrijpingspunt.

## Scalaire grootheden en vectoren

Natuurkundige of fysische grootheden met een bepaalde richting heten vectoren. Grootheden zonder richting heten scalair. In tabel 12.1 zijn enkele scalaire grootheden en vectoren opgenomen.

12.1

vectoren			
fysische grootheden	symbool	oude eenheid	nieuwe eenheid <sup>3)</sup>
versnelling	$\vec{a}$	$\frac{m}{s^2}$	$\frac{m}{s^2}$
snelheid	$\vec{v}$	$\frac{m}{s}$	$\frac{m}{s}$
kracht	$\vec{F}$	kgf	N
draaimoment	$\vec{M}$	kgm	Nm

scalaire grootheden			
fysische grootheden	symbool	oude eenheid	nieuwe eenheid <sup>3)</sup>
massa	$m$	$\frac{kg\ s^2}{m}$	kg
soortelijke massa		$\frac{kg\ s^2}{m^4}$	$\frac{kg}{m^3}$
temperatuur	$t, T, \delta$	$^{\circ}C$ <sup>1)</sup>	$K$ <sup>2)</sup>
tijd	$t$	s	S

1) graden Celsius, de letter C wordt meestal weggelaten.

2) Kelvin. Temperatuur in Kelvin is gelijk aan de temperatuur in  $^{\circ}C + 273$ .

3) De nieuwe eenheden zijn die van het SI-stelsel, zoals die sinds Juli 1970 wettelijk zijn voorgeschreven.

Vectoren worden in vergelijkingen — niet echter in tekeningen — aangegeven met een pijl boven het symbool:  $\vec{a}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{F}$ . Het symbool in formules voor kracht is  $F$  van het Engelse woord: force. De letters worden in formules ter duidelijke onderscheiding van de eenheden (m, s, kg) steeds kursief gezet.

## De eenheid van kracht

De nieuwe eenheid van kracht is de Newton (N). We gebruiken nog vaak de eenheid kilogramkracht (kgf). Tussen beide bestaat de volgende betrekking:

$$1\text{ kgf} \triangleq 9,81\text{ N}$$

$$1\text{ N} \triangleq 0,102\text{ kgf}$$

Het teken  $\triangleq$  betekent: »komt ongeveer overeen met« of »benadert«.

Het gewicht drukten we vroeger uit in kilogramkracht, in het nieuwe SI-stelsel gebeurt dat in Newtons. Daarnaast is er het begrip massa, dat de hoeveelheid materie aangeeft. De eenheid van massa is gram. Om het gewicht, dat is de aantrekkingskracht van de aarde, te bepalen moeten we de massa  $m$  met de zwaartekrachtsversnelling  $g = 9,81\text{ m/s}^2$  vermenigvuldigen. We krijgen dan  $F_G$  in N. Werken we met de oude eenheden dan is het gewicht van 1 kg (1000 gram) massa gelijk aan 1 kilogramkracht.

Belangrijke delen en veelvouden van de krachtseenheid:

## 12.2

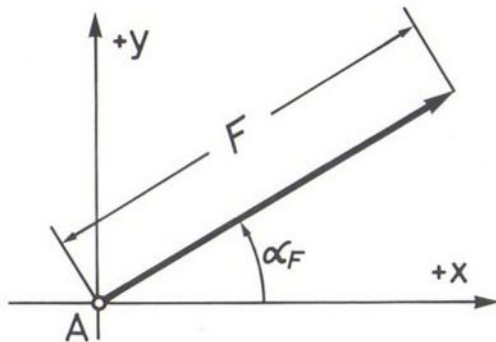
oude eenheden	nieuwe SI-eenheden*
1 gram (kracht) = 0,001 kilogram (kracht)	1 millinewton (mN) = 0,001 N
1 kilogram (kracht) = 1000 gram (kracht)	1 newton (N)
1 ton (kracht) = 1000 kilogram (kracht)	1 kilonewton (kN = 1000 N)

\* SI = Système International d'Unités (Internationaal eenheden systeem).

In de statika geven we vektoren weer met pijlen, hun lengte geeft de grootte van de kracht aan. De richting van de kracht  $\vec{F}$  wordt aangegeven met de hoek  $\alpha_F$ , die de richting met de positieve x-as maakt. De hoek wordt met een pijltje aangegeven dat tegen de wijzers van de klok in loopt. In de wiskunde wordt dit de positieve draairichting genoemd.

In fig. 13.1 is ook nog het aangrijppingspunt A getekend. Om de grootte van de kracht  $|F|$  (meestal schrijven we kortweg  $F$ ) in de tekening te kunnen aangeven moeten we een schaal  $m_F$  kiezen. De lengte  $Z_F$  in de tekening verkrijgen we door de totale kracht te delen door de schaal. Omgekeerd kunnen we de lengte  $Z_F$  vermenigvuldigen met  $m_F$  en dan krijgen we de grootte van de kracht.

13.1



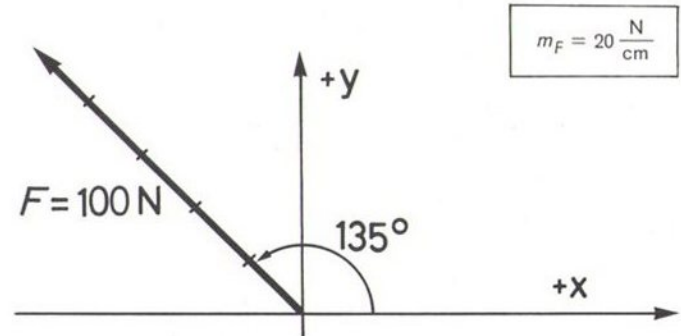
**1. Voorbeeld**

We kiezen als maatstaf dat 20 Newton door 1 cm wordt weergegeven. In formule:  $m_F = 20 \frac{N}{cm}$

Een kracht  $F = 100 N$  wordt dan:

$$Z_F = \frac{F}{m_F} = \frac{100 N}{20 \frac{N}{cm}} = \frac{cm}{20 N} \times 100 N = \frac{100 cmN}{20 N} = 5 cm$$

Als nu de hoek die de richting van de kracht  $\vec{F}$  met de x-as maakt  $\alpha_F = 135^\circ$ , dan krijgen we fig. 13.2.



13.2

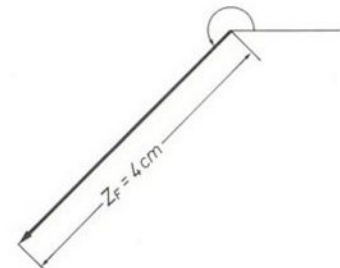
**2. Voorbeeld**

Om de grootte van een kracht te berekenen, meten we de lengte van de pijl  $Z_F$  en vermenigvuldigen die met de maatstaf  $m_F$ .

Stel dat in fig. 13.3  $Z_F = 4 cm$ , dan wordt de kracht

$$F = m_F \cdot Z_F = 20 \frac{N}{cm} \cdot 4 cm = 80 N.$$

$m_F = 20 \frac{N}{cm}$



13.3

# Axioma's van de statika

Om statische problemen zo eenvoudig mogelijk te houden, werkt men met enige veronderstellingen die niet met de werkelijkheid overeenkomen. De afwijkingen in de uitkomsten van de berekeningen zijn meestal zo klein dat we ze kunnen verwaarlozen. Soms is dat niet het geval en dan moeten er nauwkeuriger – en ingewikkelder – berekeningen worden toegepast.

## Stijfheid

1. veronderstelling: alle beschouwde lichamen zijn stijf, zij worden door de aangrijpende krachten niet vervormd. Dit is natuurlijk niet geheel juist. Krachten hebben we immers als oorzaak van vervormingen gedefinieerd.

## Onverwoestbaar

2. veronderstelling: alle beschouwde lichamen zijn onverwoestbaar ondanks de aangrijpende krachten. Als dat waar was, zou elke sterkteberekening overbodig zijn.

## Axioma

Het volgende uitgangspunt wordt vaak in de statika gebruikt. Het is gemakkelijk te begrijpen en te aanvaarden als juist, maar niet te bewijzen. Een dergelijke, niet te bewijzen uitspraak die we zonder meer als juist aanvaarden, heet een axioma.

## Verschuivingsaxioma

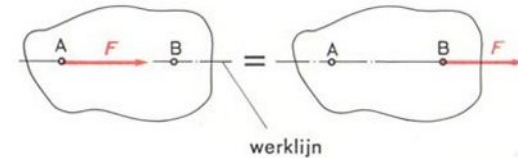
Onder de werklijn van een kracht verstaan we de rechte lijn die samenvalt met de vektor (de pijl) van de kracht. Twee even grote krachten, in dezelfde richting en met dezelfde werklijn, hebben op een star lichaam dezelfde uitwerking ook al hebben zij verschillende aangrijpingspunten. In figuur 14.1 is het axioma weergegeven.

Het aangrijpingspunt van een kracht mag dus langs zijn werklijn worden verschoven.

Model 15.1 dient om een en ander wat nader toe te lichten. Het is een soort weegschaal, waarvan de dwarsbalk zeer licht om zijn as draait. Het gewicht van de nokkenschiif en het touw zijn precies in evenwicht gebracht met de bouwsteen 15, de as en het klembusje aan de linkerkant.

De kracht  $\vec{F}_G$  (het gewicht van de nokkenschiif) grijpt in het zwaartepunt van de schijf aan. De kracht werkt langs het touw op de rechterhelft van de balk in. Het touw valt met de werklijn van  $\vec{F}_G$  samen. Met de slinger kunnen we de nokkenschiif omhoog halen of laten zakken. We verschuiven  $\vec{F}_G$  dan langs zijn werklijn.

De dwarsbalk blijft echter in evenwicht en dat kan alleen als de werking van de kracht hetzelfde is gebleven. De verschuiving heeft dus geen enkele invloed.



14.1

Als we de slinger heel snel draaien, zal de dwarsbalk iets gaan schommelen. Dit komt door traagheidsverschijnselen. Zodra de schijf tot rust is gekomen, zal het evenwicht zich herstellen.

15.2 bouwfase 1



15.3 bouwfase 2



15.4 bouwfase 3



15.1

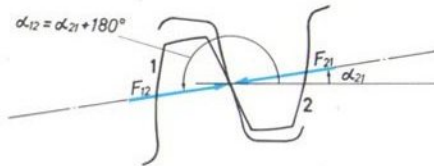


### Aktie = reactie

Een ander axioma waar we veel mee te maken krijgen, is dat van actie = reactie. Als we op een lichaam een kracht uitoefenen; zal dat een tegenkracht oproepen die even groot is, langs dezelfde lijn werkt, maar in tegengestelde richting.

In een formule:  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2|$   $\alpha_2 = \alpha_1 + 180^\circ$

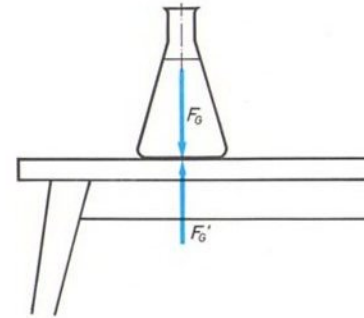
In fig. 16.1 hebben de lichamen 1 en 2 één raakpunt. De kracht  $\vec{F}_{12}$  die lichaam 1 op lichaam 2 uitoefent, is gelijk aan de kracht  $\vec{F}_{21}$  van lichaam 2 op lichaam 1. Alleen de richting is tegengesteld.



16.1

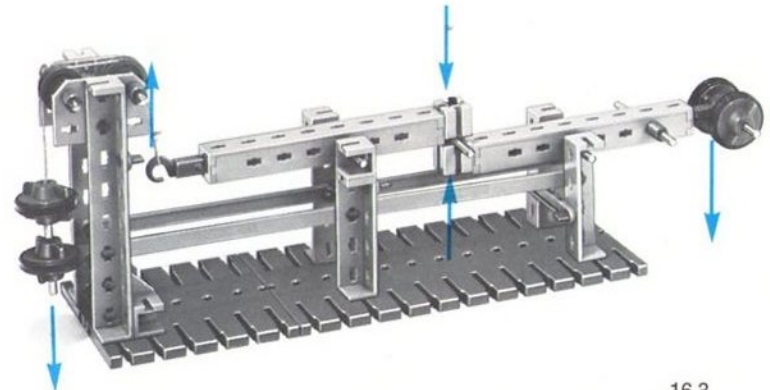
Het gewicht  $\vec{F}_G$  van de kolf met vloeistof (fig. 16.2) drukt op de tafel. Deze drukt met een gelijke kracht  $\vec{F}_G$  omhoog tegen de kolf. Beide krachten heffen elkaar op, zodat de kolf in rust blijft.

In fig. 16.3 zien we een model met twee hefboomen, elk in evenwicht als ze niet worden belast. We brengen nu aan het rechtereind van de rechterhefboom een last. Aan de linkerhefboom moet dan een even grote last komen om het evenwicht te herstellen. Dat is een teken dat de krachten in het raakpunt even groot zijn.



16.2

Het touw en de katrollen veranderen alleen de richting. Als we afzien van de wrijving in de katrollen en de weerstand in het touw, dan blijft de kracht die het linkergewicht oplevert hetzelfde.



16.3

### Het principe van de raket

In fig. 17.1 zien we een wagentje waarbij het elastiek als een veer werkt. Het touwtje houdt het elastiek gespannen. Als we met een lucifer het touwtje doorbranden, dan schieten de 3 bouwstenen door de veerkracht weg. De reactiekracht zet tegelijk het wagentje in beweging. In tegengestelde richting. Beide krachten zijn even groot, maar de massa van het wagentje is veel groter dan die van de bouwstenen. Het wagentje krijgt dan ook een veel kleinere versnelling. Logisch, want  $F = \text{massa} \times \text{versnelling}$ . Als de massa groter wordt en de kracht hetzelfde blijft, dan moet de versnelling kleiner worden. Het model toont het principe van de raketaandrijving. De wagen is de raket, de bouwstenen zijn de uitgestoten gasmassa's en de energie van het gespannen elastiek komt overeen met de energie in de brandstof.



17.1 elastiek gespannen



17.2 bouwfase 1



17.3 actie en reactie

# Vektoradditie

Stel nu eens dat er verschillende krachten op een lichaam aangrijpen. Het resultaat kan zijn dat ze elkaar opheffen, dan gebeurt er niets. Het lichaam blijft in rust. Het kan ook gebeuren dat het lichaam in beweging komt. In een bepaalde richting en met een bepaalde versnelling. De kracht die daarbij hoort is  $F = \text{massa} \times \text{versnelling}$ .

## Resultante

We kunnen de verschillende krachten dus vervangen door één kracht die het uiteindelijke resultaat weergeeft. Die kracht heet resultante.

De methode om die kracht te berekenen wordt vektoradditie genoemd. Deze is afgeleid van het bekende parallelogram van krachten dat al eeuwen wordt toegepast zonder dat er een echt bewijs voor is, maar wel juiste resultaten oplevert. Bij vektoradditie moeten we niet alleen de grootte maar ook de richting van de vektoren in rekening brengen. Dat kan op twee manieren, rekenkundig of meetkundig met een tekening. Die laatste manier, de grafische weergave, wordt behandeld.

Als we van de vektoren  $\vec{F}_1$  en  $\vec{F}_2$  de resultante  $F_R$  bepalen, dan schrijven we:  $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ . Eveneens geldt:  
$$\vec{F}_R = \vec{F}_2 + \vec{F}_1.$$

## Centraal krachtensysteem

Als alle krachten in één punt van een lichaam aangrijpen (aangrijpingspunt A), dan wordt van een centraal krachtensysteem gesproken.

## Algemeen krachtensysteem

Hebben de krachten verschillende aangrijpingspunten, dan betreft het een algemeen krachtensysteem.

## Situatieschets

In een situatieschets zijn alle aangrijpingspunten en richtingspijlen opgenomen. De krachten hoeven niet in verhouding van hun grootte te worden getekend. De waarden geven we aan met de getallen.

## Krachtenfiguur

In de krachtenfiguur waarmee we de berekeningen uitvoeren, moeten we de vektoren in de juiste richting en naar verhouding (op schaal) tekenen.

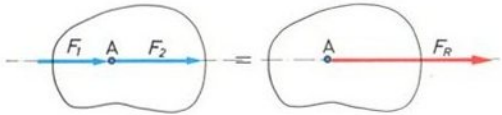
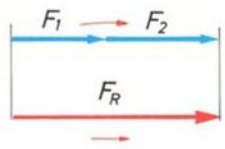
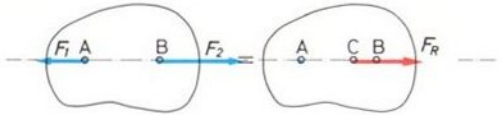
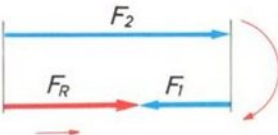
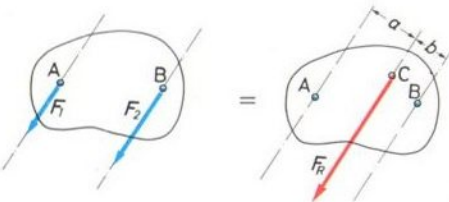
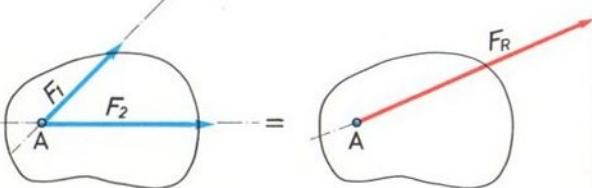
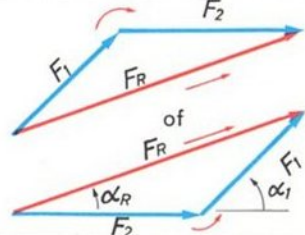
## Voorbeelden

In fig. 19.1 zien we de resultante van twee krachten met hetzelfde aangrijpingspunt, dezelfde richting en dezelfde werklijn. De dunne hulppijlen geven de draairichting van de vektorpijlen; de pijl van de resultante heeft de tegengestelde draairichting.

In fig. 19.2 is een algemeen krachtensysteem weergegeven met de aangrijpingspunten A en B voor resp.  $\vec{F}_1$  en  $\vec{F}_2$ . Volgens het verschuivingsaxioma mogen we de krachten langs de werklijn verschuiven. We verplaatsen de aangrijpingspunten naar het willekeurig gekozen punt C en verkrijgen dan weer een centraal krachtensysteem.

Daar  $\vec{F}_1$  en  $\vec{F}_2$  nu in tegengestelde richting werken, zal, zoals de krachtenfiguur laat zien, de resultante kleiner zijn dan  $\vec{F}_2$ . Figuur 19.3 toont een algemeen krachtensysteem met evenwijdige krachten.

Figuur 19.4 geeft een centraal krachtensysteem met krachten in verschillende richtingen. In de krachtenfiguur zien we de verschillende vektoren weer naar grootte en richting samengevoegd tot een resultante. Dat kan op twee manieren die natuurlijk dezelfde resultante opleveren. Let op, dat de pijl de tegenovergestelde draairichting heeft van de aparte vektoren.

figuur	situatieschets (krachten niet op schaal)	krachtenfiguur $m_F = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$
19.1	$F_1 = 25 \text{ N}$ $F_2 = 30 \text{ N}$  $F_R = 55 \text{ N}$	 $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ $F_R = F_1 + F_2 = 25 \text{ N} + 30 \text{ N} = 55 \text{ N}$
19.2	$F_1 = 25 \text{ N}$ $F_2 = 60 \text{ N}$  $F_R = 35 \text{ N}$	 $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_2 + \vec{F}_1$ $F_R = F_1 - F_2 = 60 \text{ N} - 25 \text{ N} = 35 \text{ N}$
19.3	$F_1 = 20 \text{ N}$ $F_2 = 30 \text{ N}$  $F_R = 50 \text{ N}$	<p>bepaling werklijn <math>F_R</math></p> $\frac{a}{b} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$ <p>grootte van <math> F_R </math></p> $F_R = F_1 + F_2 = 20 \text{ N} + 30 \text{ N} = 50 \text{ N}$
19.4	$F_1 = 40 \text{ N}$ $\alpha_1 = 45^\circ$ $F_2 = 50 \text{ N}$ $\alpha_2 = 0^\circ$ 	 $\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ $Z_F = 4,2 \text{ cm} \quad \alpha_R = 20^\circ$ $F_R = m_F \cdot Z_{FR} = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 4,2 \text{ cm} = 84 \text{ N}$

## Komponenten

De verschillende krachten die de resultante vormen, worden ook componenten genoemd. In fig. 21.1 heeft de resultante hetzelfde aangrijpingspunt als de componenten. De beide krachtsystemen zijn gelijkwaardig.  $\vec{F}_R$  vervangt  $\vec{F}_1$  en  $\vec{F}_2$  in hun werking op het lichaam volledig.

In fig. 21.2 is een algemeen krachtsysteem getekend. We moeten de aangrijpingspunten nu langs hun werklijnen verschuiven tot het snijpunt C. De resultante gaat eveneens door C en wordt op dezelfde wijze als in fig. 19.4 gekonstrueerd. Het aangrijpingspunt van  $\vec{F}_R$  mogen we vrij kiezen op de werklijn; punt E is even goed als punt D, in beide gevallen is de werking van de kracht hetzelfde.

In fig. 21.3 zijn 4 krachten van een centraal krachtsysteem samengevoegd tot één resultante. Van de 24 verschillende volgordes zijn er 4 getekend. Het resultaat is steeds dezelfde resultante.

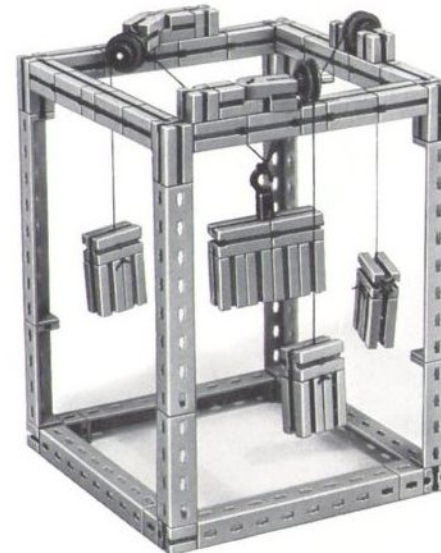
Als de krachten een algemeen systeem vormen, dan bepaalt men voor 2 krachten (volgens fig. 21.2) de resultante. Deze wordt gekombineerd met een derde kracht tot een nieuwe resultante. Dit principe past men net zolang toe tot er één resultante is verkregen. Op deze manier kunnen we de resultante van een willekeurig aantal krachten vinden.

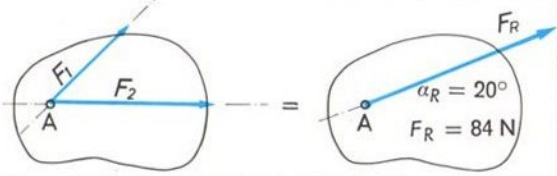
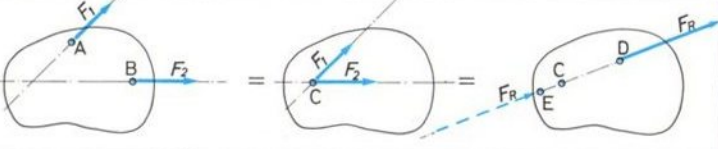
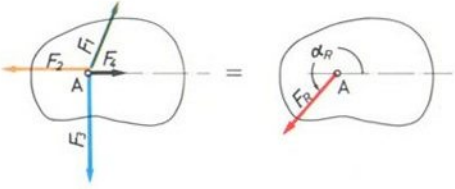
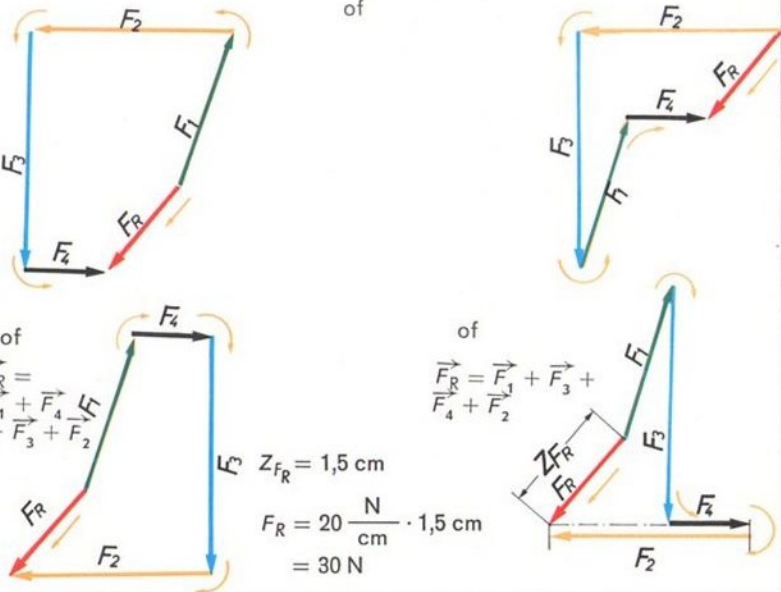
In de praktijk wordt een snellere en elegantere methode gebruikt.

## Ruimtelijke krachtsystemen

Bij centrale systemen met meer dan 2 krachten en bij algemene krachtsystemen kan het voorkomen dat niet alle krachten in hetzelfde vlak liggen, zodat we ze niet in één vlak kunnen tekenen. We hebben dan met een ruimtelijk krachtsysteem te doen, waarbij de werklijnen in verschillende richtingen van de ruimte lopen (fig. 20.1).

Ook dergelijke krachten kunnen we tot één resultante samenvoegen. We gaan hier niet op in, maar willen even de manier aanduiden. We beschouwen het krachtsysteem vanuit drie aanzichten: grondvlak, frontaanzicht en zij-aanzicht. Op elk aanzicht projecteren we de krachten en bepalen daarna de resultante voor elk aanzicht. Met deze 3 resultantes kunnen we b. v. met de drie-dimensionale stelling van Pythagoras de uiteindelijke resultante berekenen. Meestal zal men echter voor de oplossing van ruimtelijke problemen rekenkundige methoden toepassen. We zullen ons in dit boek beperken tot krachtsystemen in één vlak, wat voor vele doeleinden voldoende is.



figuur	situatieschets (krachten niet op schaal)	krachtenfiguur $m_F = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$
21.1	<p> <math>F_1 = 40 \text{ N}</math>  <math>\alpha_1 = 45^\circ</math>  <math>F_2 = 50 \text{ N}</math>  <math>\alpha_2 = 0^\circ</math> </p> 	
21.2		
21.3	 <p> <math>F_1 = 40 \text{ N}</math>   <math>\alpha_1 = 75^\circ</math>  <math>F_2 = 50 \text{ N}</math>   <math>\alpha_2 = 180^\circ</math>  <math>F_3 = 60 \text{ N}</math>   <math>\alpha_3 = 270^\circ</math>  <math>F_4 = 20 \text{ N}</math>   <math>\alpha_4 = 0^\circ</math> </p> <p> <math>F_R = 30 \text{ N}</math>  <math>\alpha_R = 228^\circ</math> </p>	<p> <math>\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4</math> </p> <p>or</p> <p> <math>\vec{F}_R = \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_1 + \vec{F}_4</math> </p>  <p> <math>Z_{F_R} = 1,5 \text{ cm}</math>  <math>F_R = 20 \frac{\text{N}}{\text{cm}} \cdot 1,5 \text{ cm} = 30 \text{ N}</math> </p>

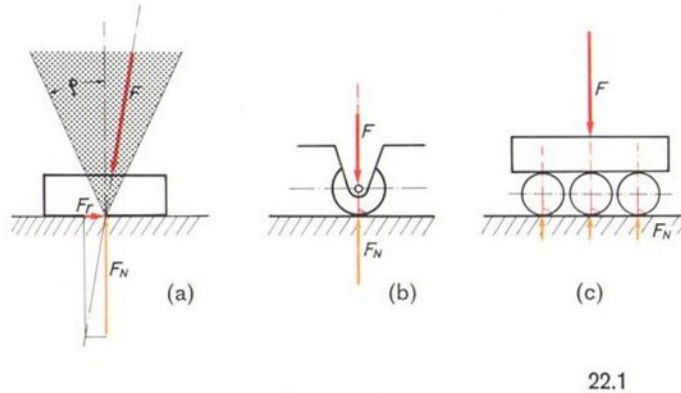
# Krachtoverbrenging

Het overbrengen van krachten van het ene op het andere lichaam kan op verschillende manieren gebeuren:

1. door werking op afstand: aantrekkingskrachten tussen hemellichamen, aantrekkingskracht van de aarde (zwaartekracht), magnetische en elektromagnetische krachten, enz.;
2. door direkt contact tussen lichamen.

Hiertoe behoort bijv. de overbrenging via de tanden van tandwielen, of die tussen buffers en stootblokken, enz.

We kunnen daarbij twee principiële gevallen onderscheiden: de overbrenging met en die zonder wrijving. Zonder wrijving kunnen alleen krachten worden overgebracht, waarvan de werklijnen loodrecht op de raakvlakken staan. Schuingerichte krachten daarentegen kunnen alleen dank zij de wrijving worden overgebracht.



22.1

Figuur 22.1a toont hoe op de schuingerichte kracht  $\vec{F}$  twee tegengestelde deelkrachten werken.

## Normaalkracht

De ene deelkracht  $\vec{F}_N$  werkt loodrecht op het raakvlak, deze kracht heet de normaalkracht (de normaal = de loodlijn). De andere deelkracht ligt in het raakvlak.

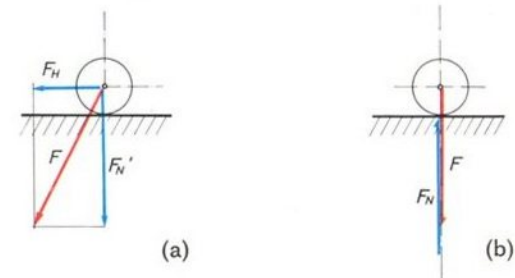
## Wrijvingskracht

Het is de wrijvingskracht  $\vec{F}_r$  die het lichaam tegenhoudt in zijn naar opzij schuivende beweging, zolang  $\vec{F}$  niet al te schuin op het raakvlak komt te staan. Gebeurt dat wel, dan zal de horizontale component van  $\vec{F}$  groter worden dan de wrijvingskracht  $\vec{F}_r$ . Het lichaam glijdt of slipt dan opzij, in ons voorbeeld naar links.

In fig. 22.1a is de maximale of grootste hoek gegeven waaronder de kracht  $F$  kan inwerken zonder dat het lichaam slipt. De grootte van dit bereik – gemeten als de wrijvingshoek  $\varrho$  – hangt af van de wrijvingsverhoudingen (kombinatie van materialen, de gladheid van de oppervlakken, smering) op het raakvlak.

Assen, walsen en kogels worden wrijvingsloos beschouwd. Theoretisch kunnen ze dan ook alleen krachten opnemen, die loodrecht op het raakvlak staan, zie fig. 22.1b en 22.1c. Figuur 22.2a laat zien hoe de schuin aangrijpende kracht  $\vec{F}$  op de as van een wiel werkt. We kunnen die kracht in twee componenten ontbinden.

De ene deelkracht  $\vec{F}_N$  is de normaalkracht, loodrecht op het loopvlak, de andere ( $\vec{F}_H$ ) probeert het wiel langs het loopvlak te verschuiven. In figuur 22.2b werkt de kracht  $\vec{F}$  loodrecht op het loopvlak, zodat het wiel niet in beweging komt.



22.2

Het model van fig. 24.1 kan een en ander verduidelijken. Over een horizontale rail loopt een loopkat, waaraan een apparaat hangt. Dit kan b. v. een stuk gereedschap zijn dat nodig is aan een montageband en verplaatst moet kunnen worden. Een klein rukje in schuine richting aan de kabel is voldoende om de kat te laten volgen tot deze loodrecht boven de montageband hangt. Als de kabel schuin staat, is het wiel van de kat niet in evenwicht, zie fig. 22.2a. Alleen als de kabel loodrecht naar beneden hangt is de loopkat in rust (fig. 22.2b). Tussen de kracht in de kabel en de normaalkracht is dan evenwicht.

### Opzettelijke verhoging van de wrijving

Door de bouwstenen naar elkaar toe te schuiven is het wiel wat te klemmen. We kunnen de kabel dan iets schuin trekken zonder dat de kat in beweging komt. Als we in de gleuf van het geblokkeerde wiel een rubbering plaatsen, dan mag de trekkracht onder een nog grotere hoek aangrijpen.

De stelling waarop de rail rust is zelf ook interessant vanuit het oogpunt van de statika. De rechterstut is trapeziumvormig, heeft onder een vaste verbinding en boven een scharnier.

De linkerstut is als scharnier uitgerust met onder een vast en boven een scharnierend punt.

### Drager met drie scharnieren

In verbinding met de rail krijgen we dan een drager met drie scharnierpunten (fig. 23.1).

### Buiging – Druk

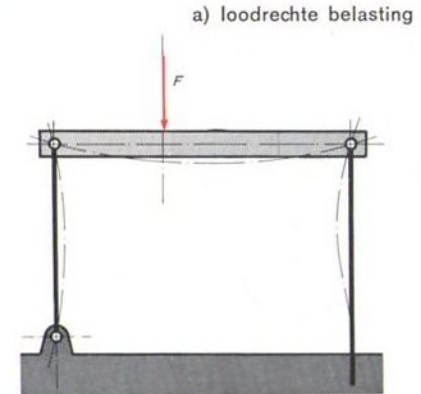
Bij een loodrechte belasting wordt de looprail op buiging belast, de stijlen of stutten daarentegen op druk. Bovendien zijn ze op knik belast (fig. 23.1).

### Knik

Bij een belasting in schuine richting (zie fig. 23.2) krijgt de rechterstut bovendien een buigbelasting en wordt de rail rechts van het lastaangrijpingspunt op druk belast.

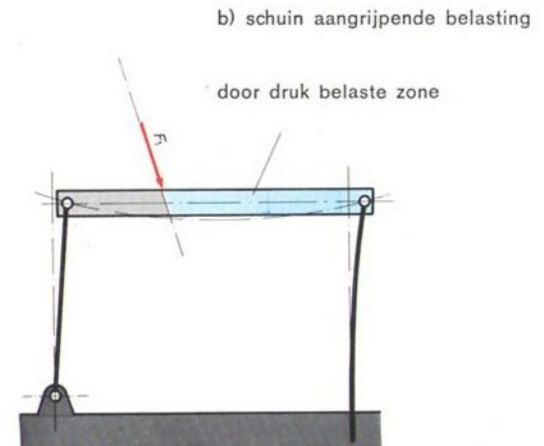
De scharnierverbinding van fig. 25.1 is b. v. met de onderdelen te bouwen als in de fig. 25.3 t/m 25.6 aangegeven.

Scharnierende verbindingen met het fundament van een constructie noemen we in de statika vaste opleggingen, zie fig. 25.2 t/m 25.4. De ingeklemde verbindingen van fig. 25.7 of 25.8 konstrueren we b. v. volgens fig. 25.9 en 25.10.



drager met drie scharnierpunten van model 24.1

23.1



drager met drie scharnierpunten van model 24.1

23.2





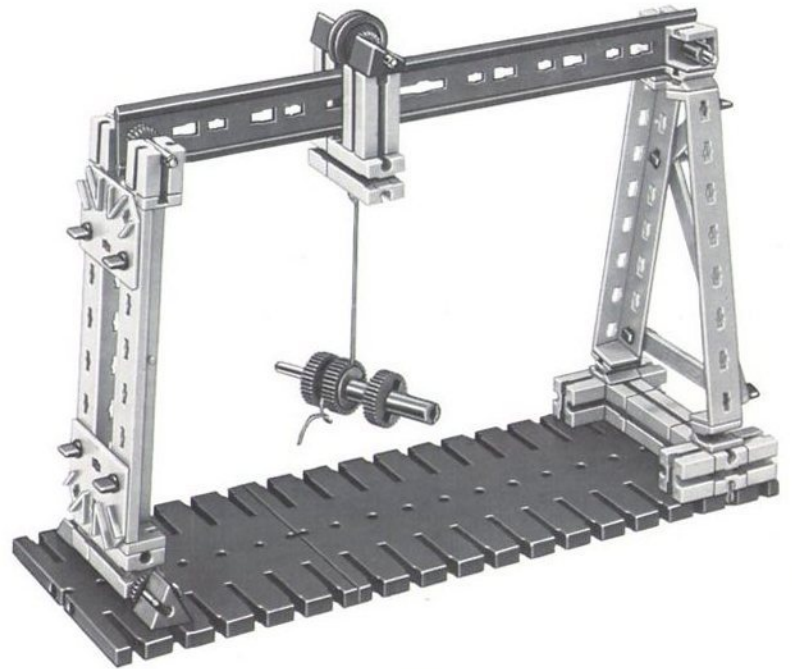
24.4 loopkat



24.2 linkerstut

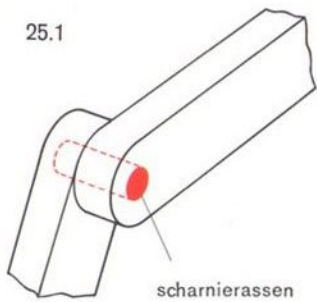


24.3 rechterstut



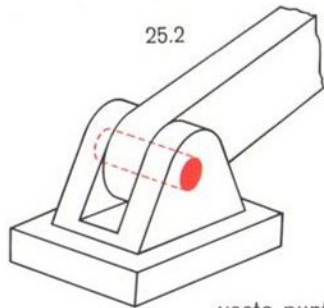
24.1

25.1



scharnierassen

25.2



vaste punten



25.3



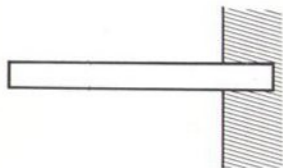
25.4



25.5



25.6



25.7



25.8



25.9



25.10

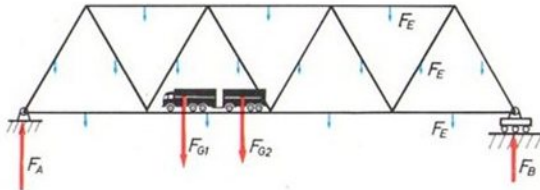
# Uitwendige en inwendige krachten

## Uitwendige krachten

Uitwendige krachten die op een constructie inwerken zijn b. v. het eigen gewicht, het gewicht van de voertuigen die over een brug rijden, de lading sneeuw op een dak, de bufferkrachten bij een spoorwagon.

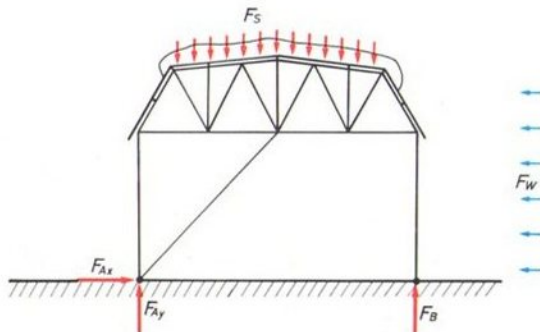
## Steunpuntreacties

Verder behoren tot de uitwendige krachten de steunpuntreacties die optreden in lagers en fundamenten van constructies, zie fig. 26.1 en 26.2.



26.1

Alle uitwendige krachten die op een lichaam werken, dat in rust verkeert of een eenparige beweging heeft, zijn met elkaar in evenwicht.



26.2

## Inwendige krachten

Inwendige krachten treden in een constructie op, b. v. de staafkrachten in staalkonstrukties. Hun werking treedt niet naar buiten, maar zorgt voor de samenhang in een constructie.

## Boog met drie scharnieren en trekstaaf

Figuur 27.1 geeft het model van een boog met drie scharnieren en een trekstaaf. De ondersteuning bestaat uit links een scharnier (vaste oplegging) en rechts een roloplegging.

Het gewicht van de drager en de steunpuntreacties zijn de uitwendige krachten op deze constructie. Men kan de boog of drager nog extra belasten met een gewicht aan het scharnier in het midden.

De boog draagt ook deze belasting, waarbij alleen de krachten op de opleggingen in dezelfde verhouding toenemen. Het evenwicht verandert niet. Maken we echter de trekstaaf los, dan glijdt de rechterhelft van de boog opzij door zijn eigen gewicht.

## Horizontale schuifspanning

De trekstaaf vangt dus de zogeheten horizontale schuifspanning op van de scharnierende boog. De staaf trekt beide helften samen en zorgt er voor dat de boog stabiel blijft (fig. 27.3 en 27.4). Naar buiten is van de krachten in de trekstaaf niets te merken. Ze zouden pas waarneembaar worden door het verbreken van een inwendige verbinding.

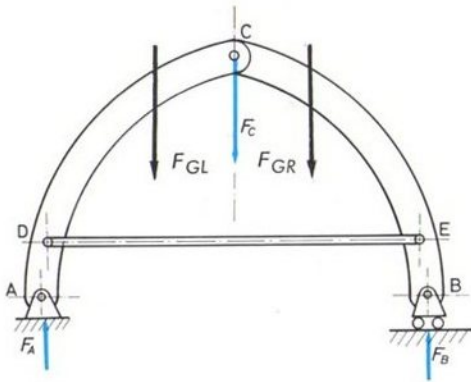
Het is duidelijk dat de krachten die op de uiteinden van de staaf werken, even groot zijn (actie en reactie). Ze zijn verder precies zo groot als de krachten waarmee de trekstaaf op de dragerhelften aangrijpt.

We stellen vast dat inwendige krachten steeds paarsgewijs optreden, tegengesteld gericht zijn, maar even groot.

Overigens is de onderscheiding in inwendige en uitwendige krachten betrekkelijk. Voor de trekstaaf zelf zijn de inwendige krachten van de constructie uitwendige krachten.

Als we de trekstaaf weer vastmaken in de constructie, dan heffen alle inwendige krachten elkaar op zodat zij naar buiten geen uitwerking hebben.

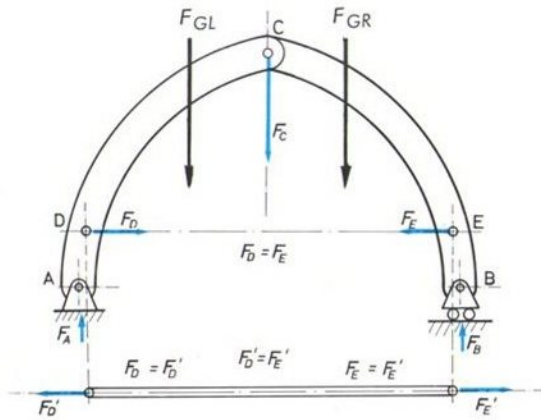
Vraag: hoe kunnen we zonder de trekstaaf van de boog met drie scharnieren toch een dragende constructie maken?



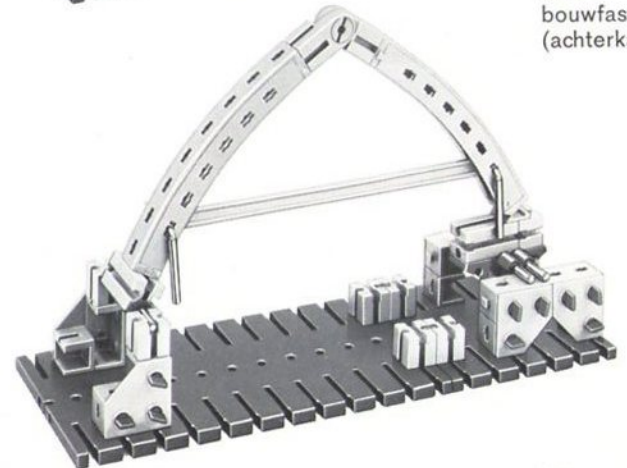
27.3



27.2  
bouwfase 1  
(achterkant)



27.4

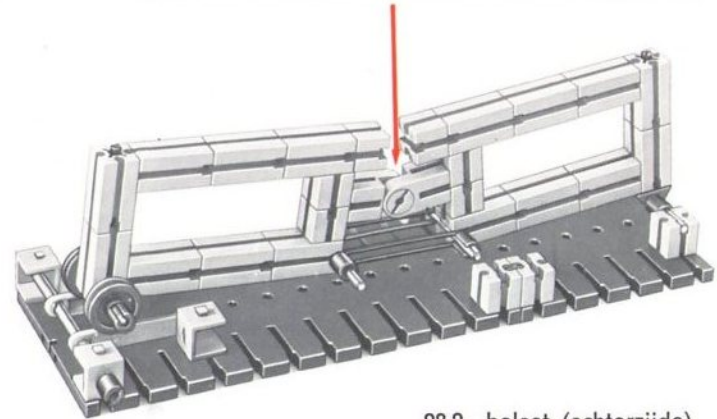


27.1

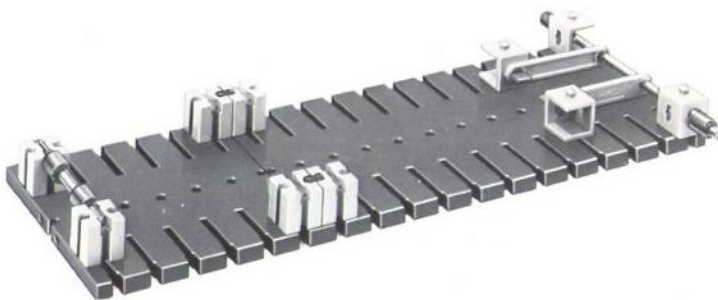
Figuur 28.1 toont een balkconstructie met links een vaste oplegging en rechts een roloplegging. De balk bestaat uit twee gedeelten die in het midden door een scharnier zijn verbonden. De balk zou doorzakken als de rubberringen aan de onderkant niet voor het verband zorgden. Bij een dergelijke constructie, maar dan zonder onderbreking, levert de onderzijde van de balk (in de plaats van de rubberringen) de inwendige trekkrachten. Op de bovenkant heersen daarentegen drukkrachten, deze kunnen we waarnemen door de vinger tussen de bouwstenen 15 te leggen en de balk naar beneden te drukken.

Wanneer bij een echte balk de inwendige trekkrachten te groot worden, waardoor de toelaatbare trekspanningen worden overschreden, dan zal de balk van onderaf inscheuren.

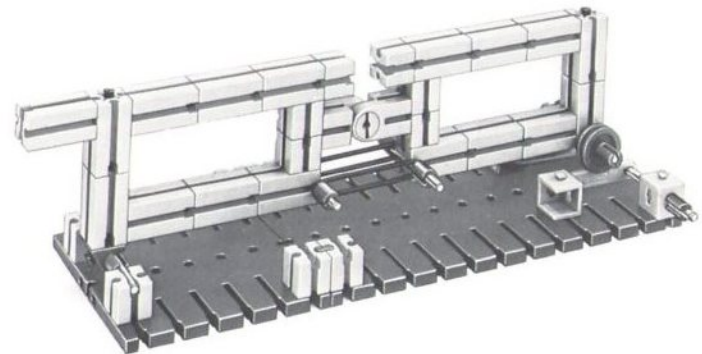
Aan de evenwichtstoestand verandert niets tot de balk breekt. Of de trekspanningen op de onderkant of de bovenkant van de balk liggen, hangt van de aard van de belasting af.



28.2 belast (achterzijde)



28.3 bouwfase 1

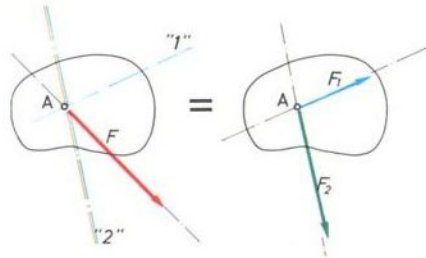


28.1 onbelast

# Ontbinden van krachten

In fig. 29.1 zien we hoe een kracht  $\vec{F}$  in twee componenten  $\vec{F}_1$  en  $\vec{F}_2$  langs de werklijnen 1 en 2 is te ontbinden.

## Situatieschets

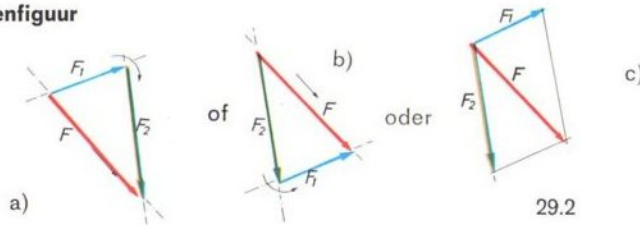


29.1

We gaan nu het omgekeerde doen van het samenstellen van krachten tot een resultante. Het uitgangspunt is dat elke kracht opgevat mag worden als de resultante van twee andere krachten. Waarbij geldt dat de ontbinding alleen mogelijk is in twee krachten langs werklijnen die door het aangrijpingspunt (A in fig. 29.1) gaan van de te ontbinden kracht.

In fig. 29.1 geven de lijnen 1 en 2 de richting aan van de componenten waarin we de kracht willen ontbinden. Die richting mogen we vrij kiezen. Hoe bepalen we nu de grootte van elke component? Daartoe trekken we vanuit het eindpunt van de vektor  $\vec{F}$  een lijn

## Krachtenfiguur



29.2

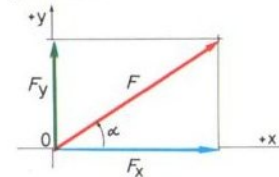
evenwijdig aan werklijn 1 en een lijn evenwijdig aan werklijn 2. De lijn evenwijdig aan lijn 1 geeft een snijpunt met lijn 2 en de lijn evenwijdig aan lijn 2 een snijpunt met lijn 1 (fig. 29.2a en b).

In fig. 29.2c is de ontbinding met behulp van het parallellogram van krachten weergegeven.

We verkrijgen een driehoek voor de krachten  $\vec{F}_1$ ,  $\vec{F}_2$  en  $\vec{F}$ . De pijlen voor  $\vec{F}_1$  en  $\vec{F}_2$  moeten weer op de aangegeven manier in tegen-gestelde richting van  $\vec{F}$  lopen. De zo gevonden krachten  $\vec{F}_1$  en  $\vec{F}_2$  vervangen de kracht  $\vec{F}$  wat betreft zijn werking op het lichaam volledig (fig. 29.1).

Overigens, de componenten  $\vec{F}_1$  en  $\vec{F}_2$  mogen langs hun werklijnen worden verschoven, ze behoeven dus niet per se in punt A aan te grijpen (vgl. fig. 21.2).

## x- en y-componenten



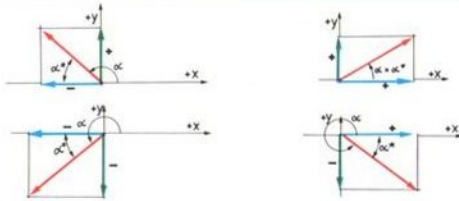
29.3

Bijzonder belangrijk is de ontbinding van een kracht langs de assen van het koördinatensysteem, zoals in fig. 29.3 weergegeven. Men noemt  $\vec{F}_x$  de x-,  $\vec{F}_y$  de y-component van kracht  $\vec{F}$ .

Wie met goniometrische functies bekend is, kan  $\vec{F}_x$  en  $\vec{F}_y$  uitrekenen met de in fig. 29.3 aangegeven vergelijkingen. Voor onze doeleinden hebben we genoeg aan de meetkundige ontbinding in componenten als aangegeven.

Nu kan de hoek  $\alpha$ , die van de positieve x-as uit, naar links draaiend wordt bepaald, waarden aannemen tussen  $0^\circ$  en  $360^\circ$ . Meestal wordt daarom de hoek  $\alpha^*$  gebruikt, zoals in fig. 30.1 getekend. Deze ligt namelijk altijd tussen  $0^\circ$  en  $90^\circ$ . Voor veel voorkomende hoeken zijn in de tabel 30.2 de waarden van  $\cos \alpha^*$  en  $\sin \alpha^*$  aangegeven. Componenten die naar rechts of naar boven lopen, worden positief (+) genoemd, die naar links of naar beneden lopen heten negatief (-). Zie fig. 30.1. De tabel 30.2 geeft tevens een overzicht van de tekens van de x- en y-componenten voor de verschillende waarden van  $\alpha$ .

30.1



$\alpha^*$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$
$\cos \alpha^*$	1	0,87	0,71	0,50	0
$\sin \alpha^*$	0	0,50	0,71	0,87	1

30.2

$\alpha$	$0-90^\circ$	$90^\circ-180^\circ$	$180^\circ-270^\circ$	$270^\circ-360^\circ$
$F_x$	+	-	-	+
$F_y$	+	+	-	-

Fig. 31.1 geeft een model waarmee we de ontbinding van krachten kunnen laten zien.

Aan een vakwerkmast is een arm bevestigd, hetgeen op twee manieren kan worden gedaan (fig. 31.1 en 31.2). Welke konstruktie verdient de voorkeur, wanneer op het uiteinde van de arm een loodrecht werkende kracht aangrijpt?

In fig. 30.3 zien we de ontbinding van de kracht  $\vec{F}$  in de richting van de beide staven 1 en 2. We zien in geval (a) dat er op staaf 2 een drukkracht komt te staan, in geval (b) moet staaf 2 een trekkracht opnemen.

De verschillende krachten zijn in de krachtenfiguren getekend. Nu hebben staven waarop een drukbelasting staat, het gevaar dat zij gaan buigen of knikken en des te meer naarmate de kracht groter en de staaf langer is.

Konstruktie (b) is gunstiger, omdat hier de drukkracht kleiner is en op een kortere staaf werkt dan in geval (a). Om punt C op gelijke hoogte als (a) te krijgen, moeten we natuurlijk wel een hogere mast bouwen.

In de scharnierpunten A en B zijn zachte teststaafjes aangebracht. Deze geven door hun vervorming de richting aan van de krachten die in de staven werken.

30.3

stelsel	situatieschets	krachtenfiguur
(a) arm met drukstaaf		
(b) arm met trekstaaf		
$F_1 = 5000 \text{ N}$ $F_2 = 7100 \text{ N}$		$m_F = 200 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ $F = 5000 \text{ N}$



31.4 middenstuk



31.5  
middenstuk  
van rechts gezien,  
bouwphase 3

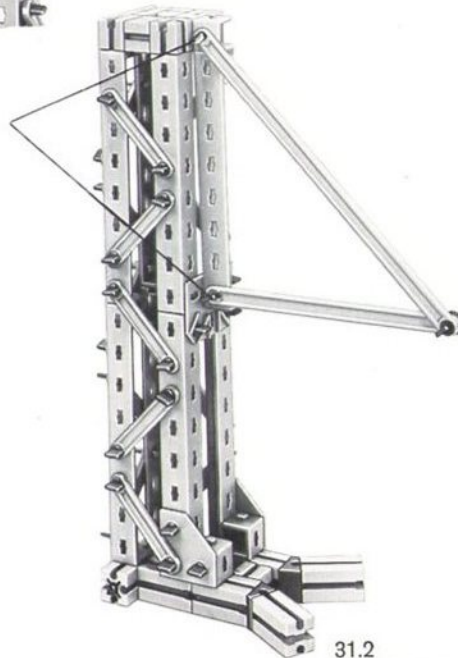


31.6 top



31.3 bouwphase 1

»teststaafje«



31.2  
met trekstaaf

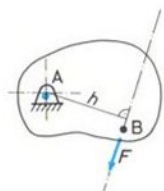


31.1  
met drukstaaf

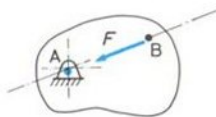


# Momenten

Een ander aspect van een kracht is de draaiende werking die hij op een lichaam uitoefent. Deze draaiende werking wordt bepaald door de grootte van de kracht en de afstand van draaipunt tot werklijn. Zie fig. 32.1.



32.1



32.2

De draaiende werking neemt toe met de afstand van het draaipunt tot de werklijn. (Loopt de werklijn door het draaipunt dan is de draaiende werking nul, zie fig. 32.2.)

De afstand (de loodlijn vanuit het draaipunt op de werklijn) heet de hefboom of arm  $h$ . Het produkt van de kracht  $F$  en de arm  $h$  heet het draaimoment of koppel  $M_d$ :  $M_d = F \cdot h$

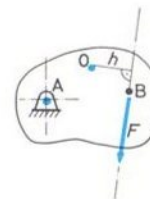
## Draaimoment of koppel

We nemen een willekeurig punt 0 van het lichaam (dit hoeft geen draaipunt te zijn), en mogen nu dit punt als een denkbeeldig draaipunt beschouwen. We kunnen dan voor dat punt 0 de draaiende werking bepalen. Als uitgangspunt 0 kunnen we elk willekeurig punt van het lichaam nemen of zelfs een punt daarbuiten.

## Statisch moment

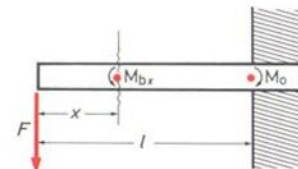
De draaiende werking van een kracht heet in dit verband statisch moment  $M$ . Figuur 32.3 laat zien welk statisch moment de kracht  $F$  (met aangrijpingspunt B) uitoefent op punt 0. Het statisch moment heeft niets met het draaimoment of koppel van  $\vec{F}$  op het draaipunt A te doen!

Een voorbeeld: in fig. 8.1 zagen we hoe een kracht een steun vervormt. Deze vervorming is het resultaat van het buigend moment  $M_b$ , dat de kracht op de verschillende punten van de steun uitoefent. In fig. 32.4 zien we hoe we het buigend moment in een punt op



32.3

afstand  $x$  van het aangrijpingspunt berekenen. Het moment neemt toe bij het groter worden van de afstand  $x$ , ofwel de arm van de kracht  $\vec{F}$ .

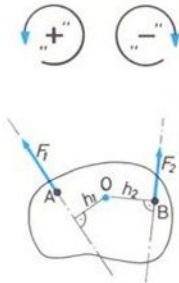


32.4

In het inklempingspunt is het moment  $M_l = F \cdot l$ . De muur moet een klemmoment opleveren dat even groot is om te voorkomen dat het moment  $M_l$  de balk uit de muur rukt. Daar het buigend moment naar het inklempingspunt toe groter wordt, zal de kromtestraal van de balk in dezelfde richting steeds kleiner worden. Dat houdt in dat de balk vlak bij de inklemping het sterkst gekromd is en op het aangrijpingspunt van de kracht vlak is.

Belangrijk is nog een tekenregel:

Alle momenten die het lichaam tegen de wijzers van de klok in laten draaien, linksom dus, krijgen een positief teken (+), alle momenten die met de wijzers mee draaien (rechtsom) krijgen een negatief teken (-), zie fig. 33.1.

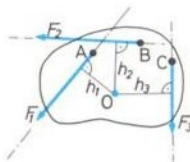


33.1

$$M_1 = -F_1 \cdot h_1$$

$$M_2 = +F_2 \cdot h_2$$

In fig. 33.2 grijpen verschillende krachten op een lichaam aan. Op één punt werken dan verschillende momenten. We kunnen die, rekening houdend met hun teken, optellen tot een totaal moment.



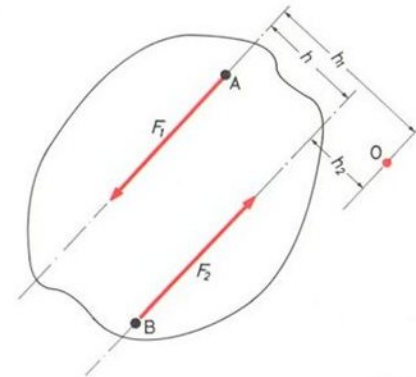
33.2

$$M = M_1 + M_2 + M_3$$

$$= +F_1 \cdot h_1 + F_2 \cdot h_2 - F_3 \cdot h_3$$

### Krachtenpaar of koppel

In fig. 33.3 zien we twee even grote, evenwijdig lopende krachten in tegenovergestelde richting ( $\alpha_2 = \alpha_1 + 180^\circ$ ). Een dergelijk krach-



33.3

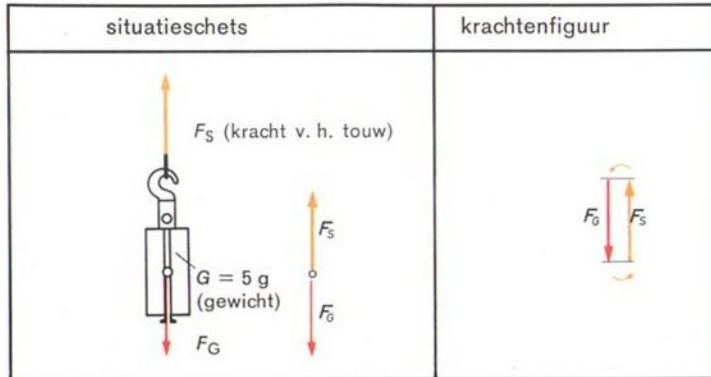
tensysteem kunnen we niet terugbrengen tot één resultante. Het heet een koppel of krachtenpaar en oefent een draaiende werking op het lichaam uit. Het moment van het koppel hangt af van de grootte der krachten en de afstand  $h$  tussen de werklijnen.

$$M = M_1 + M_2 = F_1 \cdot h_1 - F_2 \cdot h_2 = F (h_1 - h_2) = F \cdot h$$

Het moment dat een koppel levert is dus afhankelijk van de afstand  $h$  tussen de werklijnen.  $M = F \cdot h$

# Centraal krachtensysteem van 2 krachten, evenwichtsvoorwaarden

Laten we eens kijken onder welke voorwaarden een krachtenstelsel in evenwicht is. De beschouwing daarvan is in zoverre belangrijk dat we er een mogelijkheid mee krijgen om, uitgaande van bekende krachten, de onbekende waarden van krachten te kunnen berekenen. Het is duidelijk dat een lichaam in evenwicht is wanneer de resultante van alle inwerkende krachten nul is. Alle krachten heffen elkaar op in hun werkingen met als resultaat dat er in de bewegingstoestand van het lichaam niets verandert. Hetgeen nu juist de definitie van evenwicht is. Eerst onderzoeken we de voorwaarden voor het evenwicht van 2 krachten met een gemeenschappelijk aangrijpingspunt.



$G = \text{gewicht} = \text{massa}$   
 $F_G = G \cdot g$  (Newton, pag. 12) = kracht

34.1

Twee krachten met een gemeenschappelijk aangrijpingspunt zijn in evenwicht wanneer zij:

- dezelfde waarde hebben  $|\vec{F}_2| = |\vec{F}_1|$  of  $F_2 = F_1$   
en
- in tegengestelde richting werken  $\alpha_2 = \alpha_1 + 180^\circ$ .

Beide krachten moeten dus tegengesteld en even groot zijn, precies als bij actie- en reactiekrachten.

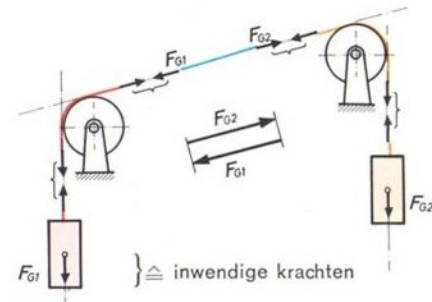
De vektor die tegenovergesteld werkt als  $\vec{F}_1$  wordt overigens ook met  $-\vec{F}_1$  aangegeven. Het evenwicht laat zich dan als volgt beschrijven:

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1 \text{ of } \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

Het betekent in feite dat het resultaat van de vektoradditie, de resultante, gelijk aan nul is. In fig. 34.1 is een en ander in beeld gebracht voor een lichaam dat aan een touw hangt.

Figuur. 34.2 toont dat touwen en katrollen alleen de richting van een kracht omkeren, maar de grootte niet veranderen. Tenminste, als we aannemen dat de lagere van de katrollen wrijvingsloos zijn en het touw bijzonder soepel is. Als aan beide kanten van het touw namelijk eenzelfde massa hangt (en daarmee dezelfde gewichten) dan is het hele systeem in rust. We stellen ons nu voor dat op elk punt van het touw de twee in tegengestelde richting werkende krachten aangrijpen. Elk punt van het touw en daarmee het hele touw is dan in evenwicht.

Een model, gebouwd met hobby 1+S staat in fig. 36.1, een dergelijk model, maar met een grote basisplaat in fig. 36.2.



34.2

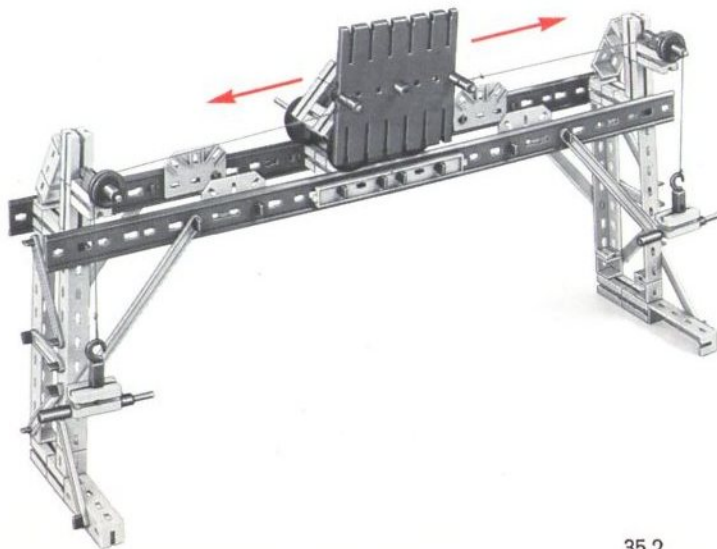
## Algemeen krachtensysteem van 2 krachten, evenwichtsvoorwaarden

Onder welke voorwaarden is een systeem met twee krachten die verschillende aangrijpingspunten hebben, in evenwicht? Als beide krachten geen gemeenschappelijk aangrijpingspunt hebben, dan is er, behalve de twee genoemde, nog een derde voorwaarde waaraan het systeem moet voldoen om in evenwicht te zijn. Beide krachten moeten een gemeenschappelijke werklijn hebben.

De drie voorwaarden luiden:

- de krachten moeten even groot zijn  $F_1 = F_2$
- tegengestelde richting  $\alpha_2 = \alpha_1 + 180^\circ$
- gemeenschappelijke werklijn

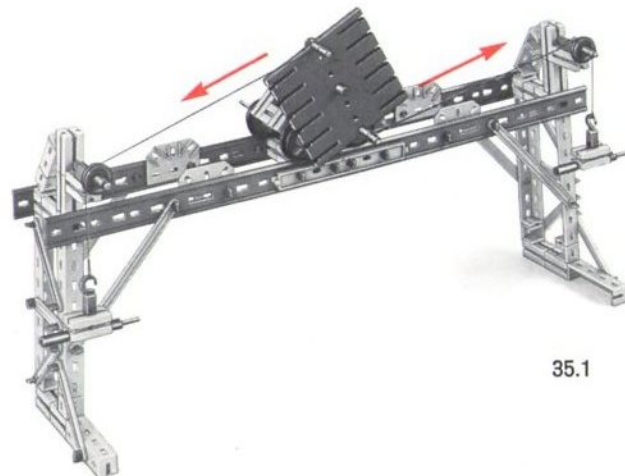
Ter verklaring kan het model van fig. 35.1 dienen. Het lichaam is een kleine basisplaat die op een wagentje is gemonteerd dat over de rails kan lopen. Allereerst tonen we aan, dat  $F_1 = F_2$  moet gelden. We doen dat door ongelijke gewichten op te hangen, b.v. door beide assen 60 in de rechter bouwsteen te hangen. Het wagentje



35.2

gaat dan eveneens naar rechts. Logisch, want de vektoradditie toont aan dat er een restkracht naar rechts overblijft. Als we aan elke kant een as zetten, dan blijft het wagentje op elke plaats van de brug staan. Figuur 36.4 t/m 36.6 toont de verschillende details.

De ft-basisplaat van het model is draaibaar om zijn middelpunt. We zullen zien dat de plaat steeds zo gaat staan dat de aanknopingspunten van de snoeren op één lijn komen te liggen. Die lijn wordt gevormd door de beide snoeren (fig. 35.1).

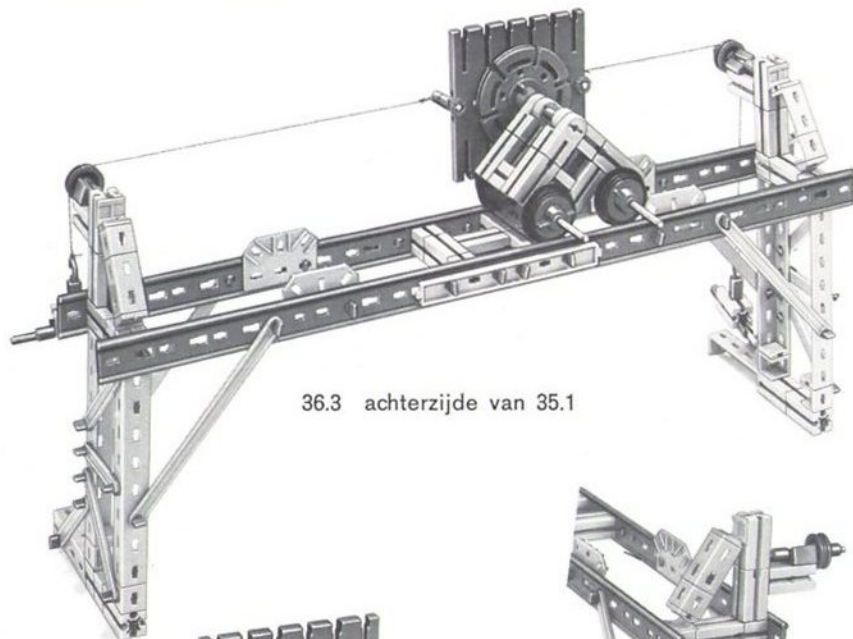


35.1

We draaien de plaat nu uit zijn ruststand (fig. 35.2) en zien dan dat de plaat naar zijn beginstand terug wil. De reden is duidelijk: door de plaat te draaien, hebben de beide krachten niet langer dezelfde werklijn. Ze vormen nu een koppel waarvan het moment groter is naarmate de afstand tussen de werklijnen (de snoeren) groter wordt.

Dit moment doet de basisplaat draaien tot de afstand tussen de werklijnen nul is geworden, anders gezegd tot de beide, even grote, krachten weer dezelfde werklijn hebben.

De assen van het wagentje moeten licht lopen, de weerstand van de wieltjes is te verminderen door de rubberbandjes er af te halen. Wie geen ft-rails heeft, kan het model ook zo bouwen dat het wagentje op een tafel rijdt.



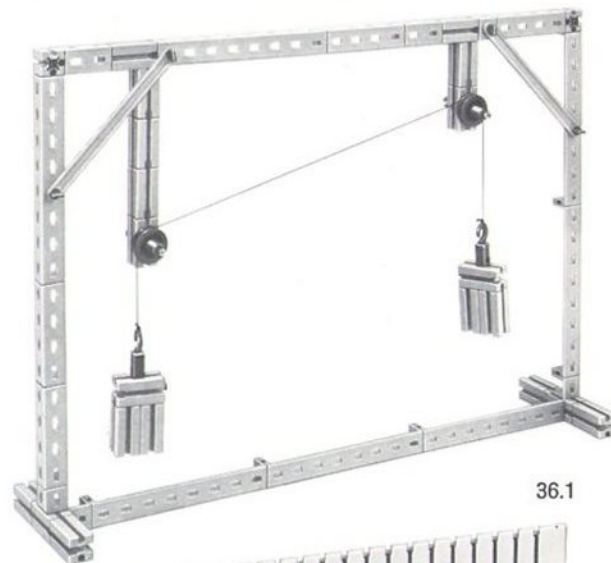
36.3 achterzijde van 35.1



36.5 wagentje, bouwfase 1



36.4 steun



36.1



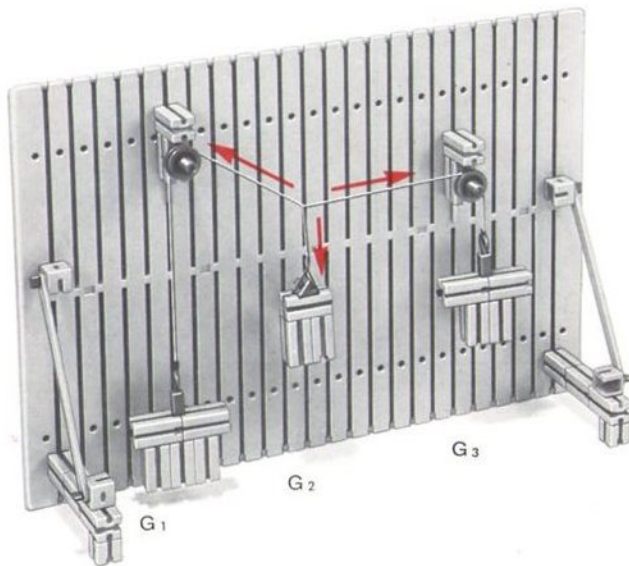
36.2

# Centraal krachtsysteem van 3 krachten, evenwichtsvoorwaarden

In alle centrale krachtsystemen van 3 (of meer) krachten heerst evenwicht als de resultante van de krachten gelijk aan nul is:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots = 0$$

Dit betekent echter dat de krachten in de krachtenfiguur een gesloten figuur moeten vormen, een driehoek, waarbij de pijlen in dezelfde richting lopen. Fig. 37.1 met 3 gewichten is ontstaan uit het model van fig. 36.2 dat met 2 gewichten werkt. Wie geen grote basisplaat heeft, kan ook van model 36.1 uitgaan. De snoeren volgen de richtingen



37.1

van de krachten. In ons voorbeeld zijn de katrollen zo opgesteld dat het snoer naar rechts tevens horizontaal loopt. Voor het meten van de hoek moeten we het snoer eerst iets heen en weer bewegen om de wrijving in de lagers van de katrollen te overwinnen, zodat het snoer zich juist kan instellen. We hebben nu met de volgende krachten te maken, waarvan we de grootte eenvoudigheidshalve in bouwstenen 30 aangeven:

$$F_1 = 4 \text{ bouwstenen} \quad \alpha_1 = 0^\circ$$

$$F_2 = 3 \text{ bouwstenen} \quad \alpha_2 = 270^\circ$$

$$F_3 = 5 \text{ bouwstenen} \quad \alpha_3 \approx 143^\circ$$

We nemen aan dat de gewichten van de haak en van de gelijkzijdige hoeksteen even groot zijn; dit is gezien de lichte wrijving in de katrollen geoorloofd. Figuur 37.2 geeft de bijbehorende figuur van de drie krachten, een sluitende driehoek in dit geval.

situatieschets	krachtenfiguur

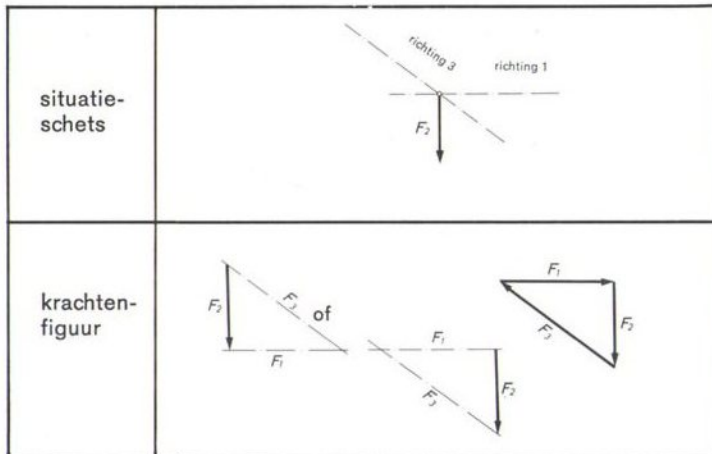
37.2

Verander nu de grootte van de gewichten en verplaats de katrollen. Teken daarna de bijbehorende krachtenfiguur, de volgorde waarin we de vektoren aaneenvoegen is willekeurig.

We kunnen nu ook bepalen welke gewichten  $G_1$  en  $G_3$  we aan de snoeren moeten hangen om met een willekeurig gekozen gewicht  $G_2$  evenwicht te maken.

Daarvoor ontbinden we de kracht  $\vec{F}_{G_2}$  in de gewenste richtingen, aangegeven door de snoeren. De gevonden krachten moeten zo groot zijn dat hun pijlen een gesloten krachtdriehoek vormen; ze moeten elkaar in dezelfde richting opvolgen. Figuur 38.1 geeft een voorbeeld.

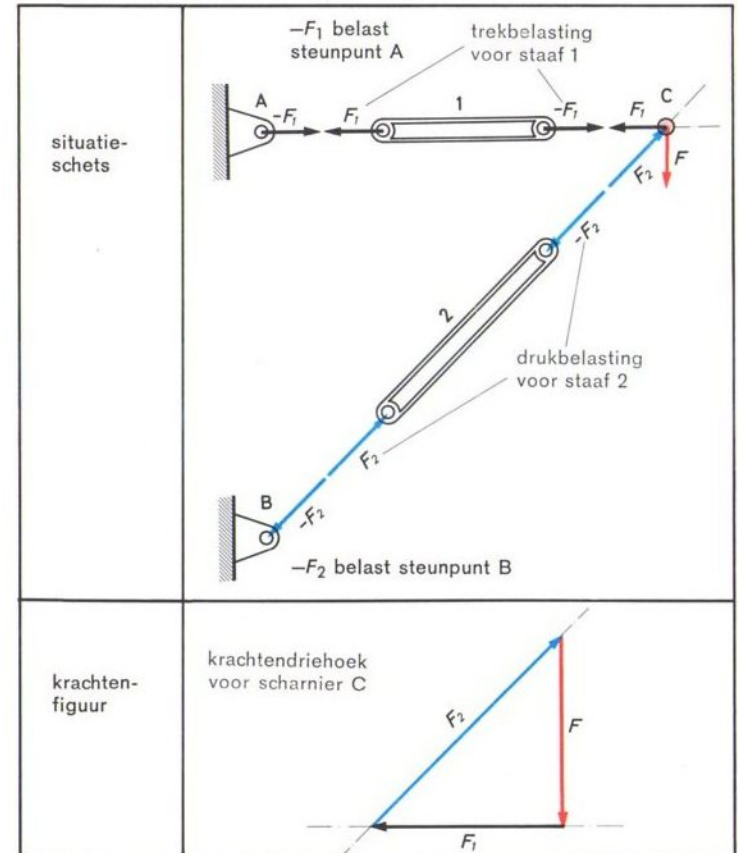
38.1



In fig. 38.2 zien we hoe de staafkrachten van model 31.1 kunnen worden gevonden door het evenwicht te beschouwen. Op het scharnier C werken de last C en de staafkrachten.  $\vec{F}$  ontbinden we daartoe in de richting van de beide staven, waarbij we de vektoren samenstellen tot een gesloten krachtdriehoek. Het blijkt dan dat kracht  $\vec{F}_1$  op het scharnier, naar links werkt. Staaf 1 wordt op het rechte eind van het scharnier met  $-\vec{F}_1$  naar rechts getrokken (actie en reactie, inwendige kracht!). Het linker eind van staaf 1 moet, terwille van het evenwicht, weer met de kracht  $\vec{F}_1$  naar links worden getrokken. De reactie van  $\vec{F}_1$  probeert het steunpunt aan de mast naar rechts te trekken.

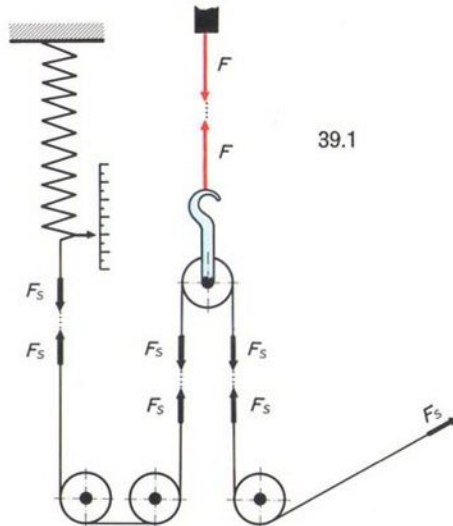
De krachten aan de uiteinden van staaf 1 proberen deze in de lengte uit te rekken. Staaf 1 wordt daarom een trekstaaf genoemd. Precies omgekeerd staat het met staaf 2.  $\vec{F}_2$  drukt op het scharnier naar rechtsboven. Het scharnier drukt omgekeerd op staaf 2 terug; vandaar dat staaf 2 een drukstaaf heet.

38.2



# Treksterktemeter, voorbeeld evenwichtsvoorwaarden

Figuur 40.1 toont het model van een treksterktemeter, waarmee de sterkte van verschillende materialen kan worden getest. Boek 1-4 komt daarop ook nog terug. Hier interesseert ons alleen hoe groot de kracht  $F$  op het testmateriaal (het elastiek) is. Daartoe is de fischertechnik-kracht- of dynamometer 025 in het model opgenomen. Deze meter heeft een sterke veer die de vereiste tegenkracht kan leveren. Het principe zien we in fig. 39.1. Het snoer loopt naar een lier met een blokkeerpal. Als we de lier draaien



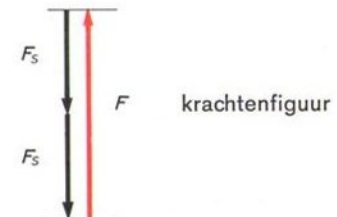
wordt het snoer korter en moet het elastiek langer worden. De krachtmeter geeft de benodigde kracht aan op de schaal (let op: in delen van de schaal). Als we de pal loslaten, gaat de meter weer in de beginstand staan. Om het snoer daarbij strak te houden, mag de as van de lier niet al te licht draaien. Figuur 39.1 toont ook de krachtsverhoudingen. De kracht van het snoer is op elk punt even groot; snoer en katrollen hoeven de krachten alleen van richting te veranderen.

De kracht geleverd door de veer van de ft-dynamometer is dan ook gelijk aan die van de lier. Nu beschouwen we het evenwicht van de katrol aan het elastiek. Als we het eigen gewicht verwaarlozen, dan werken op de katrol de volgende krachten:

- naar beneden: de veerkracht van het elastiek
- naar boven: twee maal de kracht in het snoer  $F_s$  (kleine afwijkingen van de verticale richting zijn onbelangrijk)

De twee krachten van het snoer leveren de resultante  $F_{res}$ , waarvan de werklijn samenvalt met die van de kracht in het elastiek. Voor het evenwicht van de katrol moet daarom gelden, dat  $F_{res} = F$ . Nu is  $F_{res} = 2 F_s$  en daaruit volgt dat ook  $F = 2 F_s$ . De kracht die het elastiek naar beneden trekt, is dus gelijk aan de kracht waarmee het elastiek de katrol naar boven wil trekken (inwendige kracht).

De kracht  $F$  is twee keer zo groot als de dynamometer aangeeft. Figuur 39.2 geeft het krachtschema.



39.2

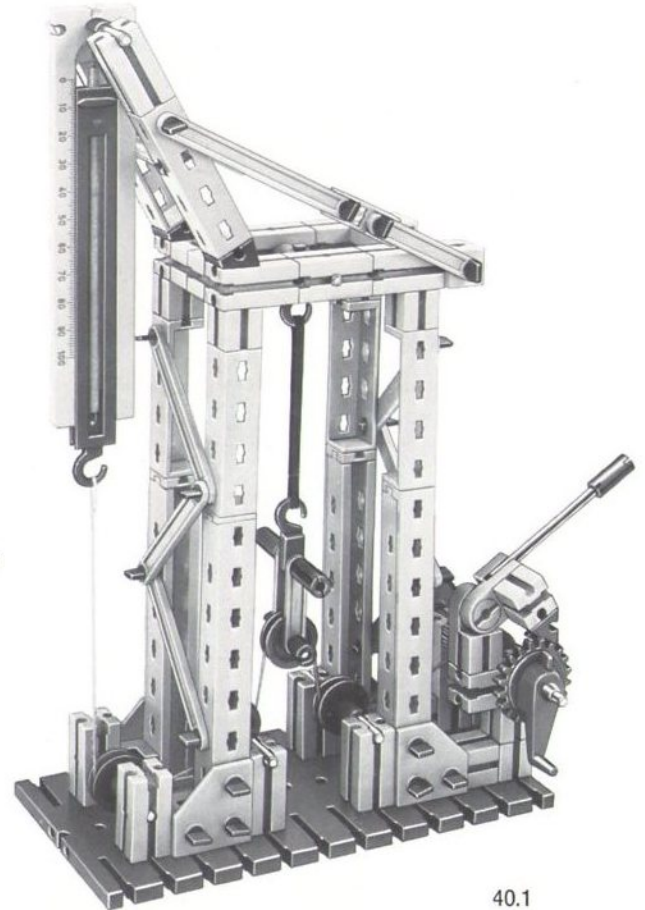




40.2 bouwfase 1



40.3 van rechts gezien

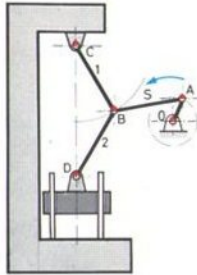


40.1

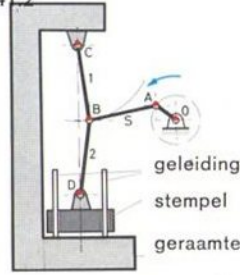
# Kniehefboompers, voorbeeld evenwichtsvoorwaarden

In fig. 42.1 zien we het model van een kniehefboompers. Het is een voorbeeld hoe met een goede keus van hefbomen zeer grote krachten kunnen worden verkregen. We beschouwen daartoe fig. 41.1 en 41.2, waarin twee belangrijke standen van de pers zijn getekend.

41.1



41.2



We gaan uit van de kracht  $F_S$  in de stang S. In fig. 41.1 vormen de staven 1 en 2 van de kniehefboom een stompe hoek die groter wordt als we de slinger draaien in de aangegeven richting (fig. 41.2).

In fig. 41.3 is het centrale krachtensysteem getekend, dat aangrijpt in punt B (de scharnierpen); verder de kracht en tegenkracht in staaf 2 en het centrale krachtensysteem in scharnierpen D. Figuur 41.4 toont de krachtendriehoeken voor punt B en D, in de stand volgens fig. 41.1.

De kracht  $\vec{F}_S$  wordt in punt B ontbonden in de richting van de stangen 1 en 2. De bijbehorende krachtendriehoek levert de krachten  $\vec{F}_1$  en  $\vec{F}_2$ .

De kracht  $-\vec{F}_2$  grijpt wederom aan in D en wordt daar ontbonden in de zijdelingse kracht  $\vec{F}_N$  en de drukkracht  $\vec{F}_D$ . De zijdelingse kracht  $\vec{F}_N$  zal door de geleiding (assen 60) worden opgevangen.

Figuur 41.5 toont de krachtendriehoek voor de punten B en D in de stand van fig. 41.2.

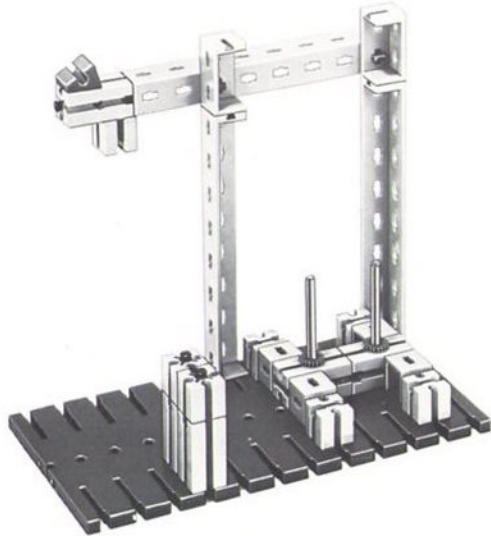
41.3 situatieschets		
41.4 krachtenfiguur voor 41.1		
41.5 krachtenfiguur voor 41.2		

In de halfopen stand van de pers, vlg. fig. 41.4, zal  $\vec{F}_D$  ongeveer zo groot zijn als  $\vec{F}_S$ . Fig. 41.5 laat zien dat  $\vec{F}_D$  sterk toeneemt wanneer de hoek tussen de stangen 1 en 2 tot  $180^\circ$  nadert, anders gezegd als de pers bijna beneden is.

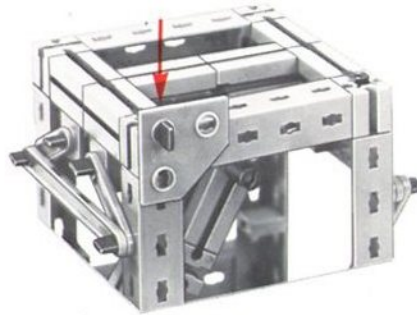
## Bij de bouw van het model

Het geraamte van de machine moet bijzonder stevig zijn, stijf zoals de constructeur zegt. Hiervoor worden hoekprofielen gebruikt. Let ook op de ondersteuning van de bovenkant die de tegenkracht voor stang 1 moet leveren.

Scharnier B bestaat uit een scharniersteen en twee rechtverbindingen 21.3 die het scharnierpunt verbinden met de bouwsteen 30. Twee grendels zorgen aan elke kant voor de verbinding tussen de bouwstenen en het rechte verbindingsstuk. De rechte verbindingsstukken zijn met een as 50 verbonden met de scharniersteen. De assen 60, die de geleiding van het stempel verzorgen, zijn vastgezet met grendelschijven. In plaats van een motor met dubbele wormwiel-aandrijving kan ook een handslinger worden gebruikt. Hiervoor moet het lager worden omgebouwd.



42.2 bouwfase 1

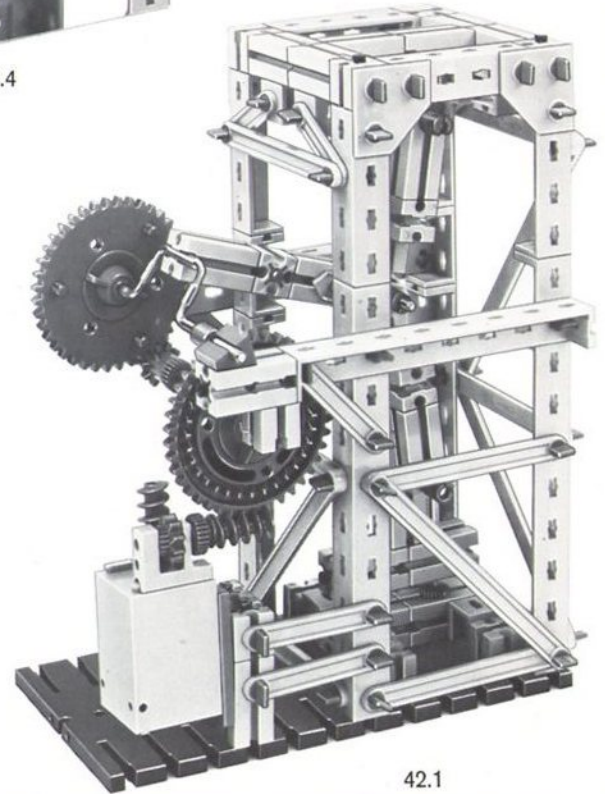


42.4



42.3 bouwfase 3

bouwfase 2:  
de kniehefboom,  
zie fig. 43.2



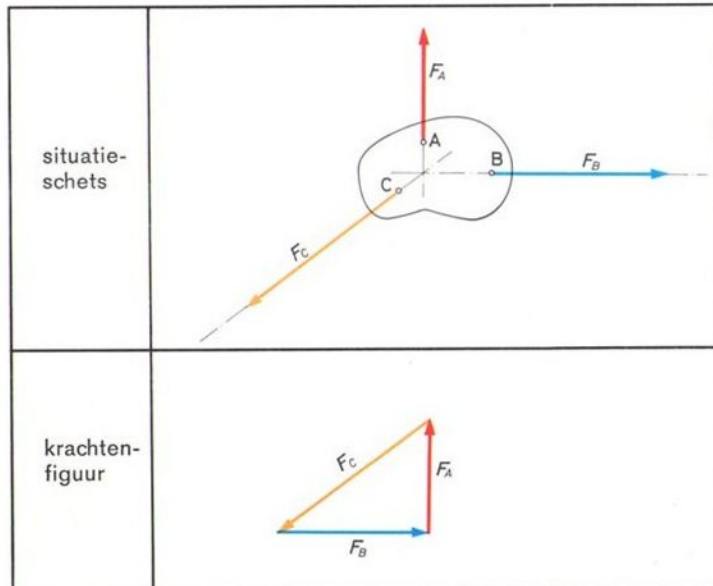
42.1

# Algemeen krachtensysteem met 3 krachten, evenwichtsvoorwaarden

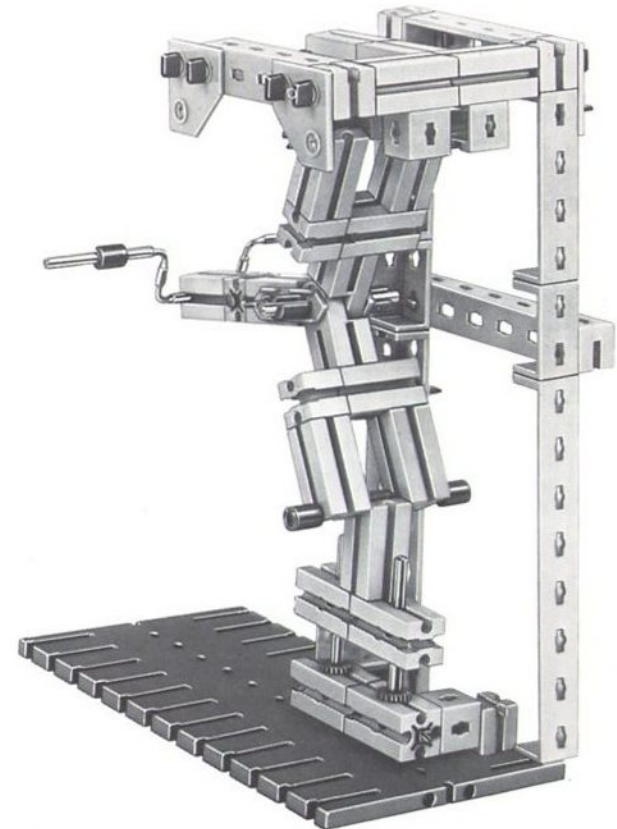
Voor het evenwicht van drie krachten met de aangrijpingspunten A, B, C, als getekend in fig. 43.1, geldt de volgende regel:

- Dat de driehoek gevormd door  $\vec{F}_A$ ,  $\vec{F}_B$  en  $\vec{F}_C$  sluit, en
- dat de drie werklijnen van de krachten door één punt gaan.

Als er meer dan drie krachten in een stelsel op een lichaam aangrijpen, dan kunnen we de krachten twee aan twee samenvoegen tot resultantes totdat we drie krachten overhouden. Daarvoor gelden dan weer bovengenoemde voorwaarden. Op de snellere en betere methode die de konstrukteur in de praktijk toepast, kunnen we hier helaas niet ingaan.



43.1



43.2  
kniehefboom systeem  
(bouwfase 2 voor model 42.1)

# Vrijheidsgraden

Een lichaam kan principieel op 6 verschillende manieren in de ruimte worden bewogen.

## Verschuivingen of translaties

1. verschuiving naar rechts of links
2. verschuiving van voren naar achteren of omgekeerd
3. verschuiving van boven naar beneden of omgekeerd

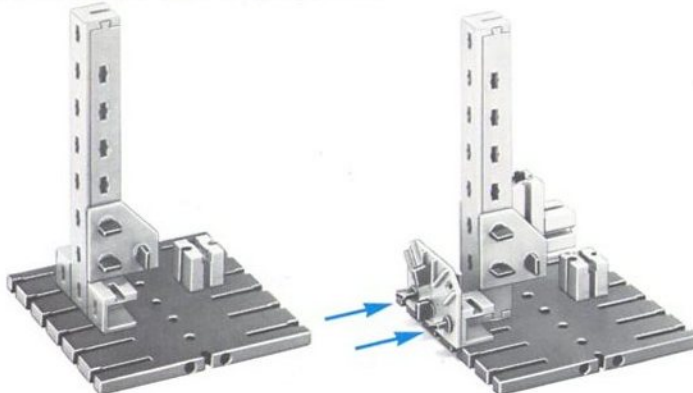
## Draaiing of rotatie

4. draaiing om een loodrechte as
5. draaiing om een as die van rechts naar links loopt
6. draaiing om een as die van voor naar achter loopt

Figuur 44.1 toont een lichaam (draaischijf en tandwiel), opgehangen aan een elastiekje. De ophanging is zodanig dat het lichaam alle boven beschreven bewegingen kan uitvoeren. We zeggen dat het lichaam 6 vrijheidsgraden heeft. Te weten 3 vrijheidsgraden van verschuiving (translatie) en 3 vrijheidsgraden van draaiing (rotatie).

## Volle-wanddrager

Bekijk het model van de mast die gebouwd is naar het voorbeeld van een volle-wanddrager met U-profielen. Belangrijk is ook de vaste inklemming van de mast op het fundament met behulp van hoekverbindingen (zgn. knopenplaten).



44.2 bouwfase 1

44.3 bouwfase 2



44.1

### Cardanophanging

In fig. 45.1 zien we een cardanophanging, zoals die b. v. wordt gebruikt voor de ophanging van scheepskompassen. Het U-vormige en het ringvormige raam zijn zo gelagerd en met elkaar verbonden dat het lichaam alle rotaties of draaiingen kan uitvoeren, maar geen enkele verschuiving of translatie.

As 110, bevestigd in de draaischijf, hebben we met een klemkoppeling verlengd. De as draagt aan de onderkant een gewicht dat bestaat uit wielen met banden. Door dat gewicht en de ophanging zal de as loodrecht blijven staan, ongeacht de stand van het onderstel. Dit mag nog zo schuin komen, de as blijft in de richting van de zwaartekracht wijzen. Daarmee overeenkomend zal de draaischijf steeds horizontaal blijven. Voorwaarde is natuurlijk dat alle lagers uitermate licht lopen.



45.3



45.2 bouwfase 1



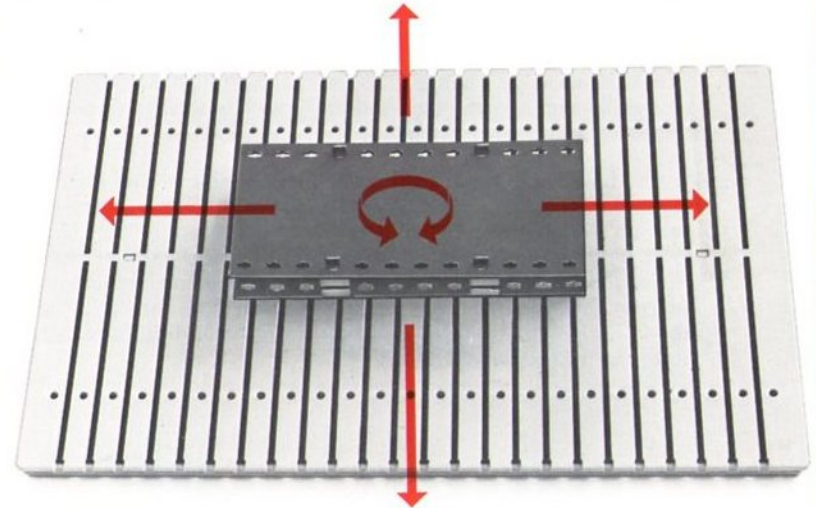
45.1

### Brugkraan (bokkraan)

Bij de brugkraan volgens fig. 47.1 kan de kraandrijver de haak in de drie mogelijke richtingen verschuiven. De haak heeft ook nog drie vrijheidsgraden van rotatie, maar daarop heeft de kraandrijver geen enkele greep. Laten we allereerst eens naar de loopkraan zelf kijken. Het is een driescharnierspant; de beide basisscharnieren worden gevormd door de wielen die op de rail lopen. Het derde scharnier ligt in de bevestigingspunten van de slingerstijl. De andere steun is vast, hetgeen betekent dat deze stijf met de kraanbrug is verbonden. De brug zelf is als een vollewandligger uitgevoerd.

De loopkat wordt aangedreven door een mini-mot., de flenswielen komen uit de aanvullingsdoos 058, die eveneens de rails bevat. Doos hobby 1 bevat daarnaast voldoende onderdelen voor het bouwen van een snoeraandrijving voor het heen en weer trekken van de loopkat.

Vraag: zijn de rails absoluut nodig of kunnen we het model ook zonder meer op tafel zetten?



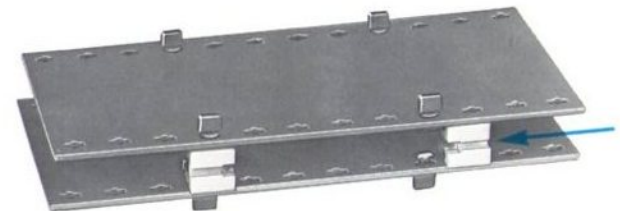
46.1

### Belastingen in één vlak

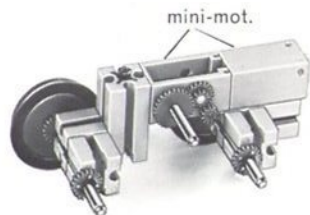
In vele gevallen liggen de krachten die een lichaam belasten in hetzelfde vlak en dat maakt het een stuk gemakkelijker. In een vlak heeft een lichaam slechts drie vrijheidsgraden, namelijk twee translaties (naar rechts en links, en loodrecht daarop in het vlak uiteraard) en één rotatie, zie fig. 46.1.

### Verankeringen

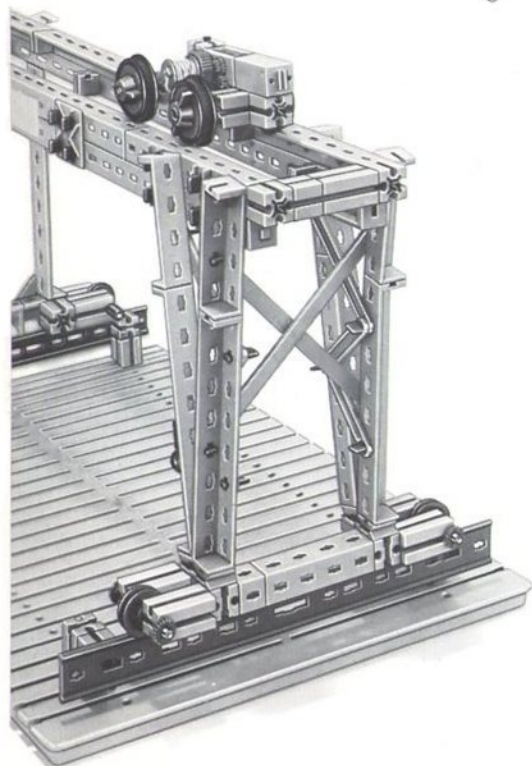
Stel nu dat we een lichaam willen vasthouden, dan moeten we de schuivende of draaiende werking van een kracht opheffen. Of nog anders gezegd: we moeten een versnelling van het lichaam voorkomen. Daarvoor worden steunpunten gebruikt. Voor elke vrijheidsgraad is een steunpunt nodig. Voor een lichaam in de ruimte hebben we er 6 nodig; in één vlak zijn 3 steunpunten vereist. Elke steunpunt heft één vrijheidsgraad op.



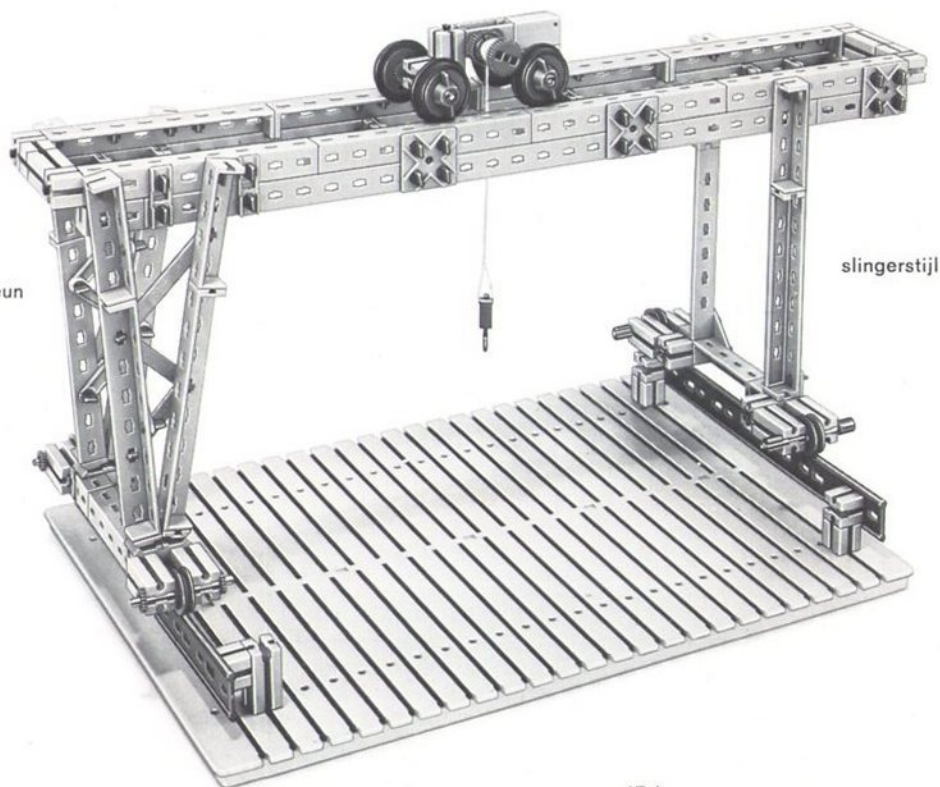
46.2 bouwfase 1



47.3 loopkat,  
bouwfase 1



stijve steun





### Twee-scharnierstaaf

Meestal worden hiervoor twee-scharnierstaven gebruikt. Deze bestaan uit twee wrijvingsloos gedachte scharnieren, waarbij de staaf zelf verschillende vormen kan hebben. Wezenlijk is dat de afstand tussen beide scharnieren onveranderlijk is. Als de staaf alleen op trek wordt belast, dan kan staaldraad of touw worden gebruikt. Figuur 48.1 geeft het gebruikelijk symbool voor een twee-scharnierstaaf.



48.1



48.2

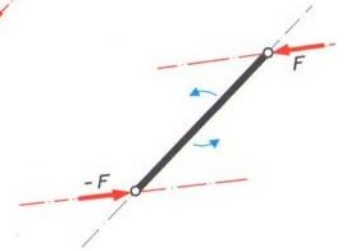
Figuur 48.2 toont een hele serie konstrukties met fischertechnik.

Belangrijk is dat dergelijke staven alleen krachten overdragen waarvan de werklijnen door beide scharnierpunten gaan. Alleen in dat geval kan evenwicht worden verkregen van de beide, op de scharnieren aangrijpende krachten. We mogen ook zeggen dat dergelijke staven de krachten alleen geleiden in de richting van de verbinding tussen de beide scharnierpunten, zie fig. 48.3.

Krachten die niet in die verbindinglijn werken, vormen een koppel dat de staaf doet draaien, zoals in fig. 48.4 is getekend.



48.3



48.4

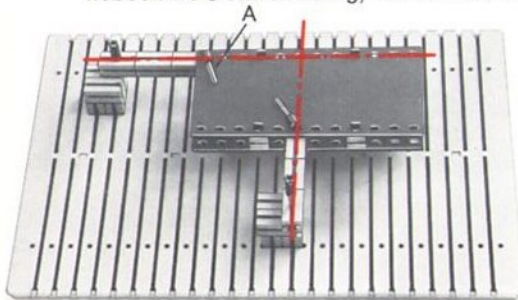
Voor de volgende proeven kunnen we het beste een grote basisplaat gebruiken. Verder als lichaam twee platen  $180 \times 90$ , die met bouwstenen 15 worden verbonden. Daarnaast bouwen we een serie twee-scharnierstaven, die we met haakse assen met de plaat verbinden.

In fig. 49.1 houden twee staven het lichaam vast, verschuivingen (translaties) zijn nu niet mogelijk. Wel kan het lichaam nog draaien. Pas de 3e staaf verhindert ook dat, zie fig. 49.2. Merk op dat de assen (middellijnen) van de staven elkaar niet in één punt mogen snijden of min of meer evenwijdig lopen. In dat geval zal de constructie niet aan z'n doel beantwoorden (fig. 49.3 en 49.4). Als de drie staven even lang zijn en evenwijdig lopen, dan kan het lichaam zelfs grotere verschuivingen ondervinden (fig. 49.5).

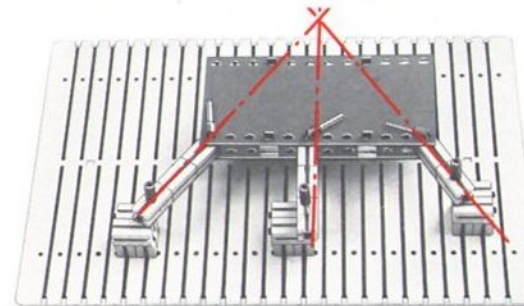
#### Statisch bepaalde ondersteuning

Om een lichaam star of stijf te ondersteunen in één bepaald vlak, hebben we 3 staven nodig, waarvan de assen elkaar niet in één punt

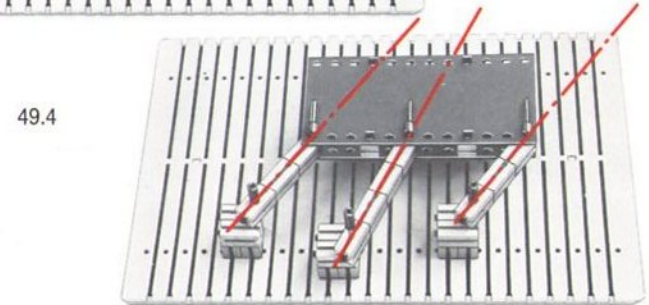
snijden en ook niet in dezelfde richting lopen. Ondersteuning met 3 staven die daaraan voldoen heten statisch bepaald. Behalve van ondersteuning spreken we ook van oplegging. De betekenis daarvan is wel duidelijk: het lichaam, b. v. een balk van een brug, wordt op de steunpunten gelegd.



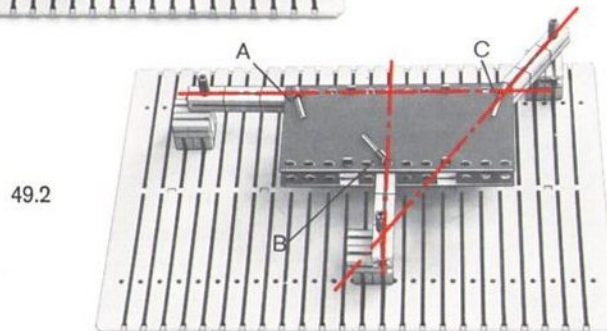
49.1



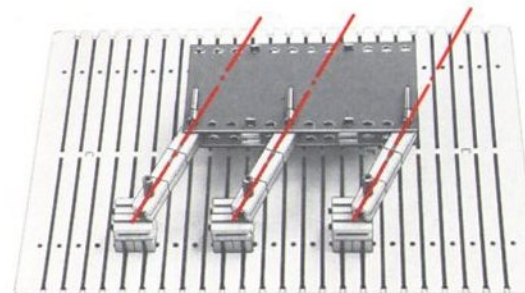
49.3



49.4



49.2



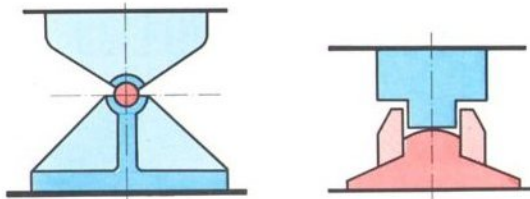
49.5

In fig. 50.1 zien we de symbolische weergave van een vaste oplegging; in fig. 50.2 enkele vormen daarvan zoals ze in de bruggenbouw voorkomen.

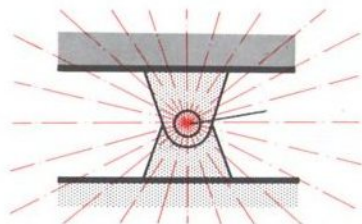
Over de richting van de kracht die door een vaste oplegging wordt opgenomen, kunnen we alleen zeggen dat deze door het steunpunt A gaat. In fig. 50.3 is een aantal mogelijkheden getekend.



50.1



50.2

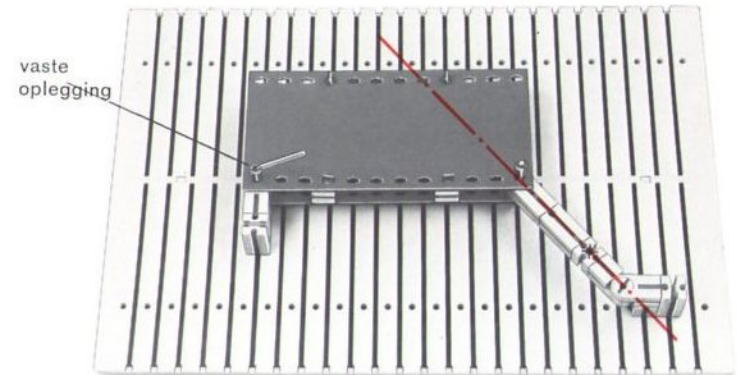


50.3

Als we voor de ondersteuning van een lichaam een vaste oplegging gebruiken, zijn reeds twee vrijheidsgraden opgeheven. We hebben dan nog een twee-scharnier staaf nodig om ook de 3e graad op te heffen (fig. 50.4). Om een statisch bepaalde oplegging te krijgen, mag de as van de spant niet door het steunpunt A gaan van de vaste oplegging.

### Roloplegging

In plaats van een twee-scharnierspant kunnen we ook een roloplegging gebruiken. In dat geval worden alleen verticale krachten opgenomen en zijn richting en werklijn van de krachten in het steunpunt bekend.



50.4

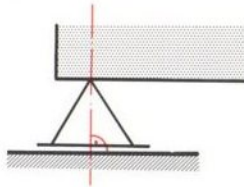
Samenvattend: een vaste oplegging heft 2 vrijheidsgraden in één vlak op. Bovendien nog een derde in de ruimte, namelijk de beweging loodrecht op het vlak.

Een roloplegging heft alleen de verticale vrijheidsgraad op, maar staat horizontale wel toe.



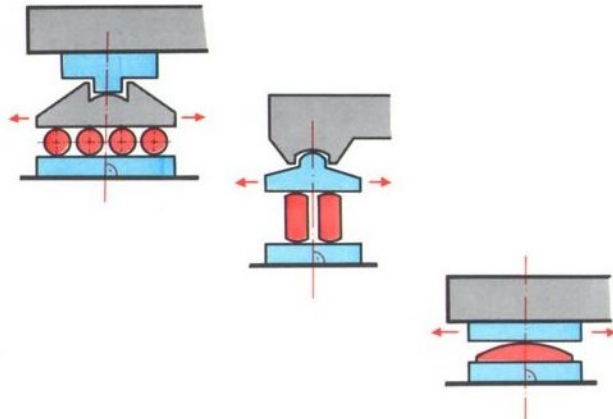
50.5

Symbol



51.1

In fig. 51.2 zien we 3 interessante constructies uit de bruggenbouw.



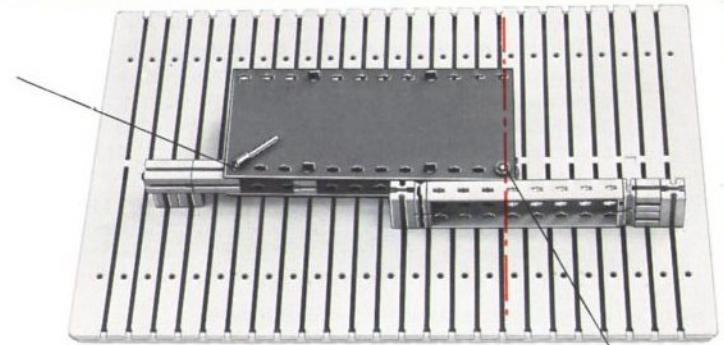
51.2

Twee-scharnierstaven, vaste oplegging en roloplegging kunnen we combineren om een lichaam te ondersteunen. Belangrijk punt is dat we er op moeten letten dat er in totaal niet meer dan 3 steunpunten mogen zijn. De vaste oplegging telt voor 2 steunpunten, een twee-scharnierstaaf en een roloplegging elk als één punt. Voor een statisch bepaalde – stabiele – ondersteuning zijn dus een vaste oplegging en een roloplegging voldoende. De werklijn door de roloplegging mag niet tevens door de vaste oplegging gaan. Dergelijke rolopleggingen vinden we vaak bij bruggen, maar ze kunnen ook voor trekkrachten worden gekonstrueerd.

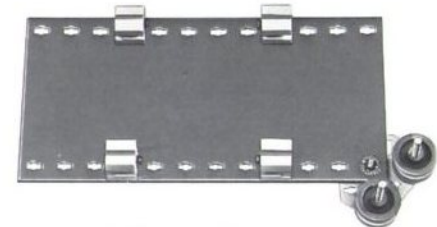
In fig. 51.3 en 51.4 zien we nog twee voorbeelden.

#### Statisch onbepaalde systemen

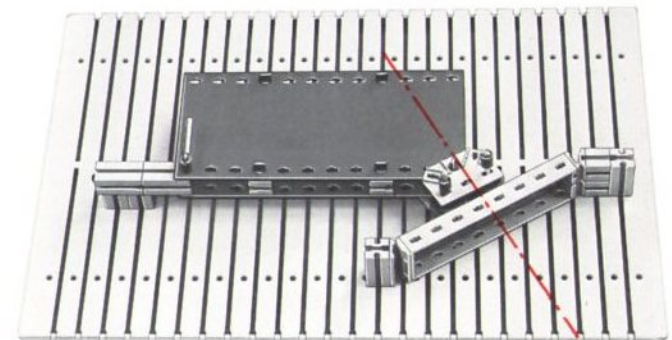
Als we meer steunpunten gebruiken dan nodig is, dan krijgen we



51.3



51.5 bouwfase 1



51.4

een statisch onbepaald systeem. Het verschil met een statisch bepaald systeem is gemakkelijk te begrijpen door een kruk met drie poten en een stoel met 4 poten te vergelijken. De kruk heeft 3 steunpunten, deze liggen altijd in één vlak en geven altijd een stabiel evenwicht – vooropgesteld dat de poten min of meer gelijk zijn. De kruk is statisch bepaald. Bij een stoel ligt dat anders, het vierde steunpunt moet wel in hetzelfde vlak liggen, maar dat is niet van tevoren bepaald. Alleen als de poten exact gelijk zijn, is dat zo. In een statisch onbepaald systeem, kunnen spanningen optreden, de berekeningen zijn veel lastiger en het systeem is moeilijker te doorzien. Als het even kan zal men onbepaalde systemen vermijden.

### Kinematisch onbepaalde ondersteuning

Als er minder steunpunten zijn dan strikt noodzakelijk, dan worden niet alle vrijheidsgraden beperkt. Het lichaam blijft beweegbaar; men spreekt daarom wel van kinematisch onbepaalde ondersteuning.

### Keuze van ondersteuning

De tabellen 52.1, 52.2 en 52.3 geven een overzicht van verschillende ondersteuning. Ze zijn met het proefmodel van de voorgaande pagina's te onderzoeken.

F = aantal vaste opleggingen      E = aantal inklemmingen  
 L = aantal rolopleggingen      n = aantal steunpunten  
 Z = aantal twee-scharnierstaven

52.1

	F	L	Z	E	n		F	L	Z	E	n
	1	1	-	-	3		-	-	3	-	3
	1	-	1	-	3		-	3	-	-	3
	-	1	2	-	3		-	-	-	1	3
	-	2	1	-	3	statisch bepaalde ondersteuning					

52.2

	F	L	Z	E		F	L	Z	E
	1	-	1	-		-	2	1	-
	-	-	3	-		-	1	2	-
	-	-	3	-		-	3	-	-
	-	3	-	-	het lichaam blijft beweegbaar				

52.3

	F	L	Z	E	n		F	L	Z	E	n
	-	1	1	-	2		1	2	-	-	4
	-	-	2	-	2		-	-	1	1	4
	2	-	-	-	4		1	-	-	1	5
	1	1	1	-	4	kinematisch of statisch onbepaalde ondersteuning					

### Ruimtelijke systemen

Als de krachten niet in één vlak liggen, maar in de ruimte dan zijn er zes steunpunten nodig om het lichaam onbeweeglijk vast te zetten. Als voorbeeld de televisiemast van fig. 53.1. Als vast steunpunt gebruiken we de cardanoverbrenging die verschuivingen in drie richtingen voorkomt. Daarmee zijn drie vrijheidsgraden opgeheven. De andere drie heffen we op met kabels, die als twee-scharnier-staven werken. Bouw zelf het model, dan kunt u constateren dat de mast alleen om kan vallen als één van de staven langer zou worden. Deze zijn op trek belast en kunnen daarom kabels zijn.



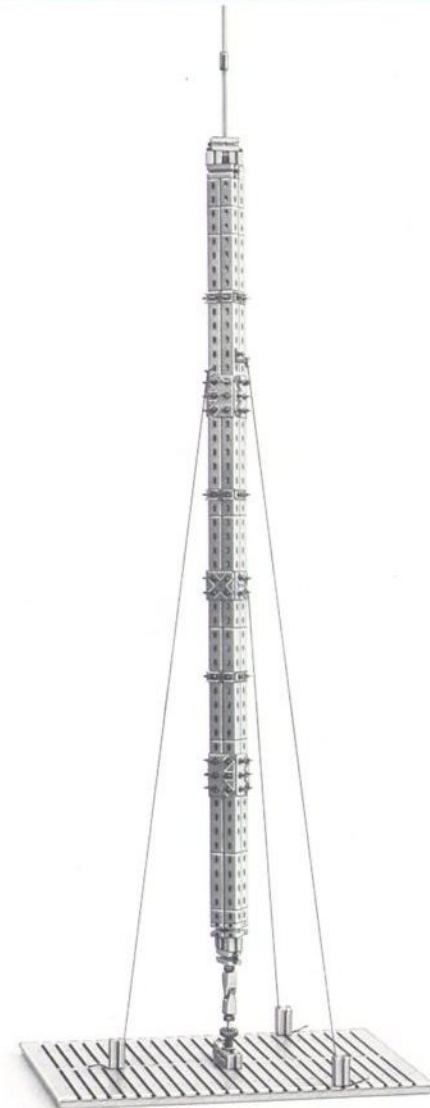
53.2 voet van de mast



53.3 middenstuk



53.4 top



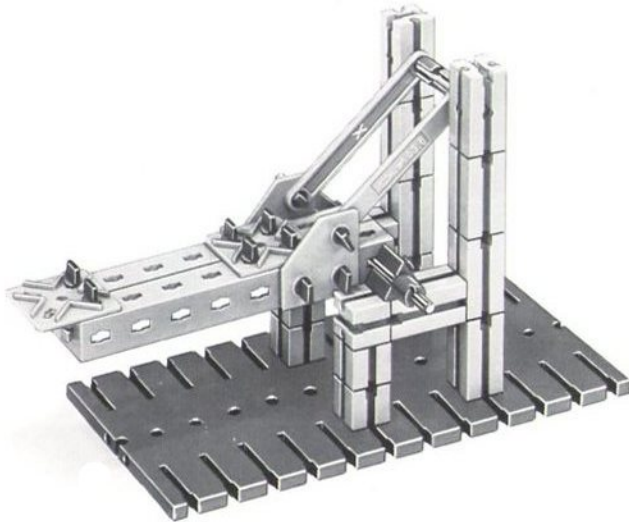
53.1

### Inklemming

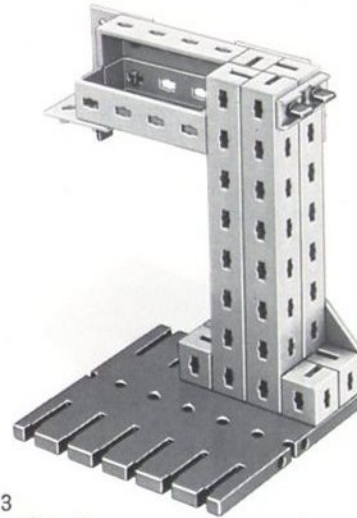
Een andere belangrijke verbinding is de inklemming. Deze is ook reeds op pag. 25 aan de orde geweest.

In fig. 54.1 kunnen we ons de inklemming voorstellen als een vaste ondersteuning met een losse ondersteuning. Een inklemming heft alle vrijheidsgraden op. Verdere ondersteuning is overbodig. Voorbeelden zijn een drager die in een muur rust of een spijker in een balk.

Figuur 54.3 geeft een inklemming met behulp van hoekverbindingstukken of knooppuntplaten.



54.1



54.3  
bouwfase 1,  
van rechts gezien

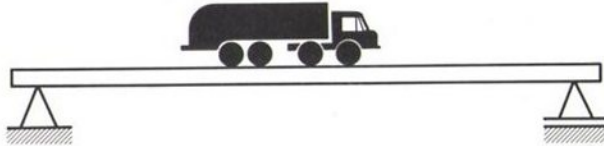


54.2

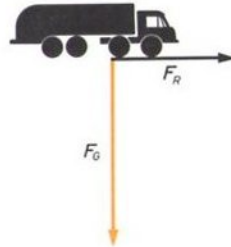
## Steunpuntsreakties

De reacties in de steunpunten van een lichaam heten steunpuntsreakties. Hoe we deze kunnen bepalen wordt met een eenvoudig voorbeeld getoond.

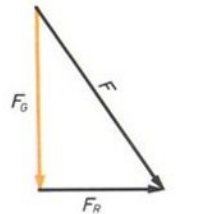
55.1



55.2



situatieschets



krachtenfiguur

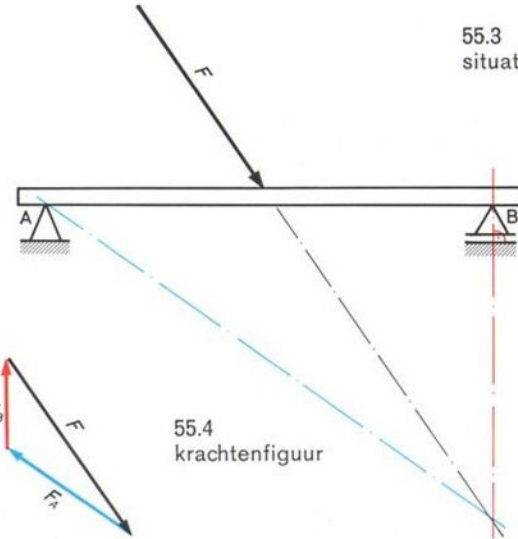
Een vrachtauto rijdt over een brug en remt (fig. 55.1). Behalve het gewicht  $\vec{F}_G$  van de auto ontstaat nu ook een wrijvingskracht  $F_R$  op de afgeremde wielen. Zie de tekening 55.2 links. Uit beide krachten tezamen ontstaat de resultante  $\vec{F}$ , zie fig. 55.2 rechts. Deze vormt de belasting van de balk in fig. 55.3.

Voor het rechter steunpunt (een roloplegging) kennen we de werklijn van de steunpuntsreaktie  $\vec{F}_B$ . Deze staat loodrecht op het onderstuk en loopt vertikaal. Wat het linker steunpunt betreft, kunnen we voorlopig alleen zeggen dat de werklijn van  $\vec{F}_A$  door het punt A moet gaan.

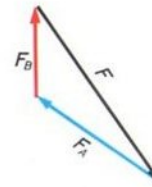
Op de balk grijpen in totaal 3 krachten aan, waarvan de werklijnen zich volgens de evenwichtsvoorwaarden van pag. 43 in één punt

moeten snijden. We verlengen nu de werklijnen van  $\vec{F}$  en  $\vec{F}_B$  tot zij elkaar snijden. Door dit snijpunt moet dan ook de werklijn van  $\vec{F}_A$  gaan.

55.3  
situatieschets



55.4  
krachtenfiguur



In de krachtenfiguur 55.4 wordt nu kracht  $\vec{F}$  in de richtingen van  $\vec{F}_A$  en  $\vec{F}_B$  ontbonden, zodanig dat de pijlen een gesloten krachtdriehoek vormen. Hiermee kunnen we dan de grootte van  $\vec{F}_A$  en  $\vec{F}_B$  verkrijgen in centimeters. Voor de omrekening in de krachtseenheid gebruiken we de maatstafactor die we hebben aangenomen.

Als  $\vec{F}$  vertikaal werkt (stilstaande wagen) dan moet ook  $\vec{F}_A$  een verticale werklijn hebben. Het gemeenschappelijke snijpunt van de drie werklijnen, zeggen we dan, ligt in het oneindige. Dat is jammer, maar gelukkig is er een andere methode om de krachten te berekenen. Deze zal in boek 1-5, pag. 10, worden besproken.



# Beweegbare bruggen

Beweegbare bruggen kennen we van oudsher: de ophaalbruggen van kastelen en oude vestingwerken. Ongewenste indringers konden buiten de poort worden gehouden en een diepe gracht vormde een onoverkomelijke hindernis als de brug eenmaal met touwen of kettingen was omhoog gehaald.

De moderne beweegbare brug vormt een kruising met andere verkeerswegen, b. v. een spoorbrug over een kanaal, of een verkeersweg over een waterweg. Ze hebben ook nadelen. De brug onderbreekt de baan voor de ene soort verkeer ten gunste van de andere. Zo ongeveer als de stoplichten op een verkeerskruising of de spoorbomen bij een bewaakte overgang.

Beweegbare bruggen worden daarom vooral toegepast als schepen met een hoge opbouw en masten een zeer hoge vaste brug noodzakelijk zouden maken. Want daarvoor zijn lange opritten nodig die veel grond vereisen en duur in aanleg zijn.

Beweegbare bruggen zijn vaak staaltjes van technisch vernuft en daarom bijzonder interessant om na te bouwen.

## Indeling

We onderscheiden:

- hefbruggen
- draaibruggen
- ophaalbruggen

## Hefbruggen

Hefbruggen hebben voor hun ondersteuning verhoudingsgewijs maar smalle pijlers nodig. Het grondwerk en de hoeveelheid ruimte blijft dan ook beperkt hetgeen natuurlijk voordelig is als men over weinig ruimte beschikt.

Ook in het dagelijks gebruik is het erg prettig dat de brug nooit verder omhoog hoeft dan noodzakelijk is om de doorgang voor het schip – of de schepen – vrij te geven.

De maximale doorvaarthoogte wordt bepaald door het brugportaal of de hoogte van de stijlen.

## Bouwmethodes

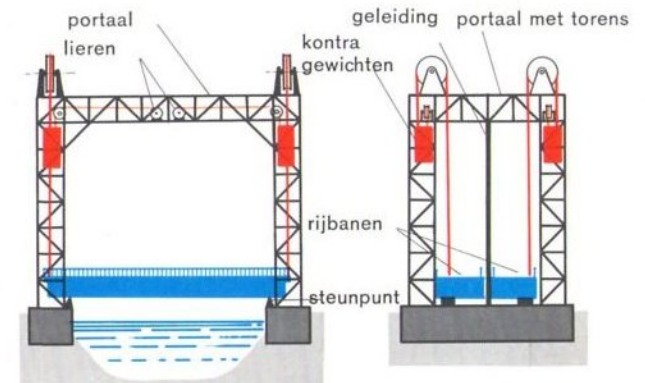
Figuur 56.1 toont de schets van een hefbrug, volgens de portaalmethode; fig. 57.1 toont de hefbrug met staanders.

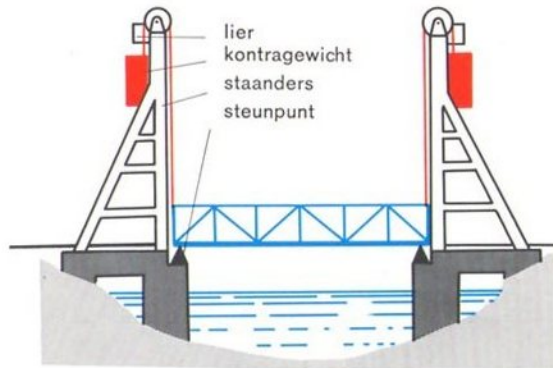
## Aandrijving

Hefbruggen lijken veel op liften. Zo wordt het gewicht van het brugdek opgeheven door kontragewichten. Naar verhouding is dan ook een klein hefvermogen voldoende voor de aandrijving. Voor een brugdek van b. v. 135 ton gewicht zijn slechts 2 motoren van elk 25 kW vermogen nodig, waarbij de snelheid waarmee de brug omhoog gaat zo'n 20–30 m/min bedraagt. De hefhoogtes lopen van enkele meters tot meer dan 60 meter.

## Synchroon lopen

Een apart probleem van hefbruggen is het precies gelijk op- of omhoog lopen van de vier hoeken van het brugdek. Vroeger gebeurde dat met ingewikkelde kabelgeleidingen. Tegenwoordig besturen elektrische synchroenschakelingen de motoren, zodat het brugdek precies horizontaal blijft hangen.





57.1

### Kontragewichten

De kontragewichten lopen langs aparte geleidingen in de brugtorens of in de staanders. Ze bestaan uiteraard uit zwaar materiaal om zo weinig mogelijk ruimte in te nemen. Men kan daartoe ijzeren staalschroef in beton gieten, stenen met een hoge soortelijke massa nemen (zwaarspaat) of men brengt extra loden gewichten aan.

### Functiemodel

Het brugdek, de torens, staanders en het portaal vergen nogal wat onderdelen. Voor hefbruggen heeft u dan ook verscheidene hobby- of andere fischertechniekdozen nodig. We zullen ons nu beperken tot een zogenaamd functiemodel. Het is in fig. 58.1 weergegeven en kan worden gebouwd met een hobby 1 en een hobby S doos, zonder extra onderdelen.

De touwgeleiding van fig. 57.2 is voldoende om het brugdek redelijk gelijk op en neer te laten lopen. De lussen van touw 1 en 2 moeten gemakkelijk op de hulpkabels 3 en 4 verschoven kunnen worden (niet vastbinden). Daarmee is het gelijkstellen in de dwarsrichting te bereiken.

De lengte van de touwen stellen we zo af dat de brug ook overlangs horizontaal hangt. Het brugdek moet gemakkelijk tussen de gelei-

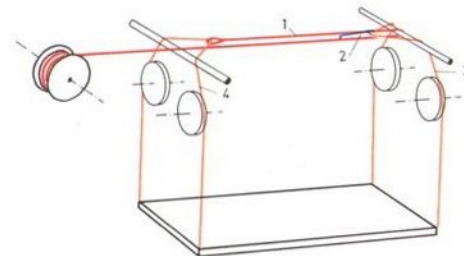
ding door lopen. Evenals in de tekening rust het wegdek in de onderste stand op steunpunten, zodat de kabels of touwen worden ontlast. De hijsinstallatie is met een grendelpaal uitgerust; voor de dalende beweging moet tevens een rem aanwezig zijn. Deze kunt u zelf bouwen, al naar de beschikbare onderdelen.

Elegantier is het echter de lier door een elektromotor met een transmissie te laten aandrijven. De grendelpaal en de rem zijn dan overbodig omdat de wormaandrijving van de motor zelfremmend is. Wie dat wil, kan ook nog opritten bouwen.

De kontragewichten hebben we weggelaten omdat daar niet voldoende onderdelen voor zijn. Wie met extra bouwstenen toch kontragewichten wil aanbrengen, moet er op letten dat hij de touwen over aparte katrollen leidt en dat de kontragewichten in de torens langs geleiders moeten lopen.

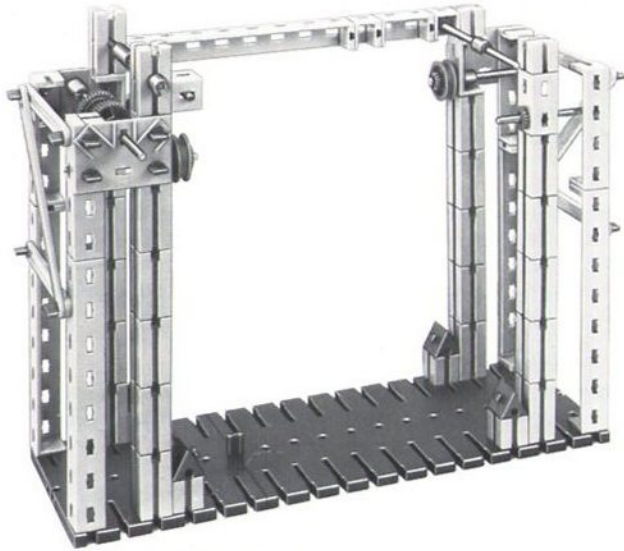
De kontragewichten mogen niet geheel in evenwicht zijn met het gewicht van de brug. Deze zou dan bij het dalen door wrijving kunnen blijven steken.

We kunnen de kabels van de kontragewichten ook over kabeltrommels laten lopen. Aangedreven door een motor zorgen deze kabeltrommels dan voor het omhoog- en omlaag gaan van het brugdek. Echte hefbruggen werken ook wel met tandwielen en tandstangen.



57.2  
kabelgeleiding

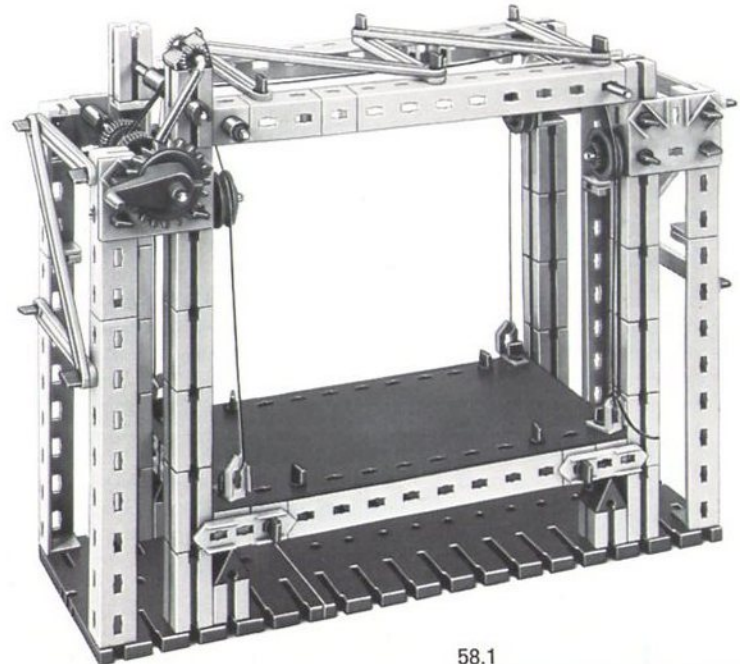
voor kabelgeleiding zie fig.57.2



58.3 bouwphase 1



58.2  
wegdek van onderaf



58.1

### Draaibruggen

Draaibruggen die in het midden draaien hebben geen kontragewicht nodig. Ze geven twee doorgangen (met onbegrensde hoogte) voor de doorvaart van schepen. Een dergelijke draaibrug geeft naar verhouding wel een zware belasting van de middenpijler, zie fig. 59.1. Er zijn ook ongelijkarmige draaibruggen (fig. 59.2). Deze hebben wel een tegengewicht en geven slechts één doorgang vrij. Tenslotte zijn er ook tweedelige draaibruggen voor het overbruggen van grote kanalen en waterwegen. Ze kunnen bestaan uit ongelijkarmige of uit gelijkarmige draaibruggen, zoals in fig. 59.3.

59.1



59.2



### Model

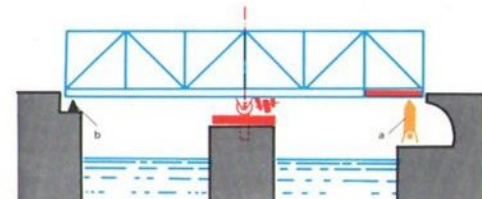
Het model van fig. 60.1 heeft een bijzonder interessante oplegging zoals deze ook in werkelijkheid wordt toegepast. Tijdens het draaien (fig. 59.4) rust de brug op een zwenkkrans met drie wielen. Na het neerklappen van het steunpunt a, kiept de brug door z'n overwicht

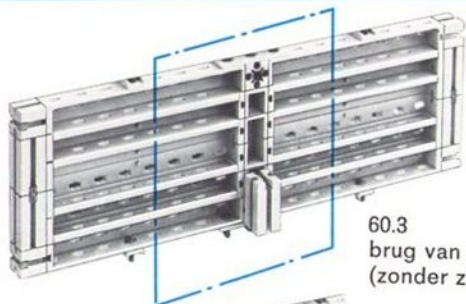
aan de rechterkant op de zwenkkrans. De linkerkant van de brug komt iets omhoog en los van steunpunt b, waarna de brug kan draaien. Een steen 30 blokkeert in ons model de brug wanneer deze evenwijdig met het kanaal staat. In plaats van de handaandrijving met slinger en aandrijfveer, kunnen we ook een motor inbouwen. De aandrijfveer werkt in dit geval als slipkoppeling wanneer de brug tegen de aanslag komt. Bij het terugdraaien zal de brug eerst weer het hoekverbindingsstuk raken dat als aanslag dient. Dan worden de beweegbare steunen aan de rechterkant omhoog gezet waardoor de brug aan beide kanten op z'n steunpunten komt te rusten en de wielen en de draainok vrij komen (fig. 59.5).

59.4

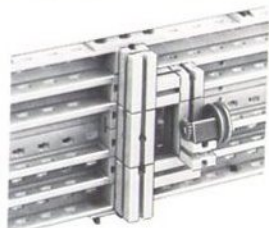


59.5

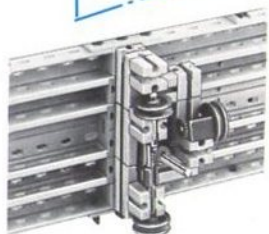




60.3  
brug van onder  
(zonder zwenkkrans)



60.4  
brug van onder  
(bouwphase 2)

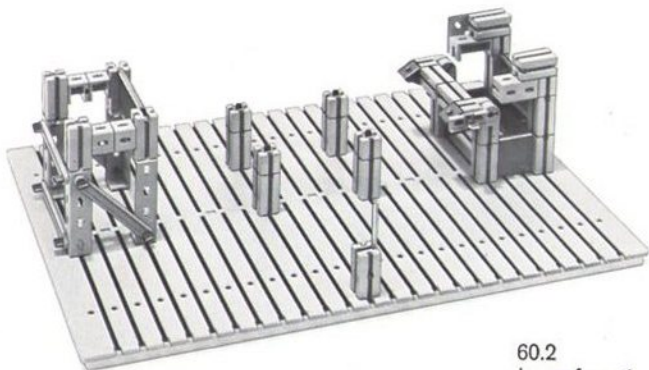


60.5  
brug met  
zwenkkrans

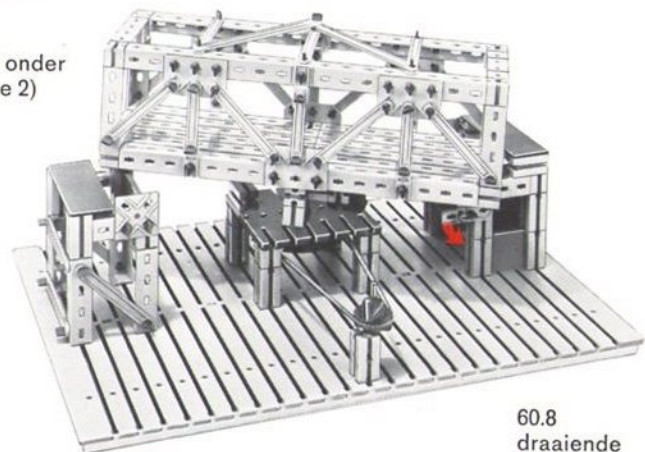


60.7  
middensteunpunt  
en brug  
(van onder)

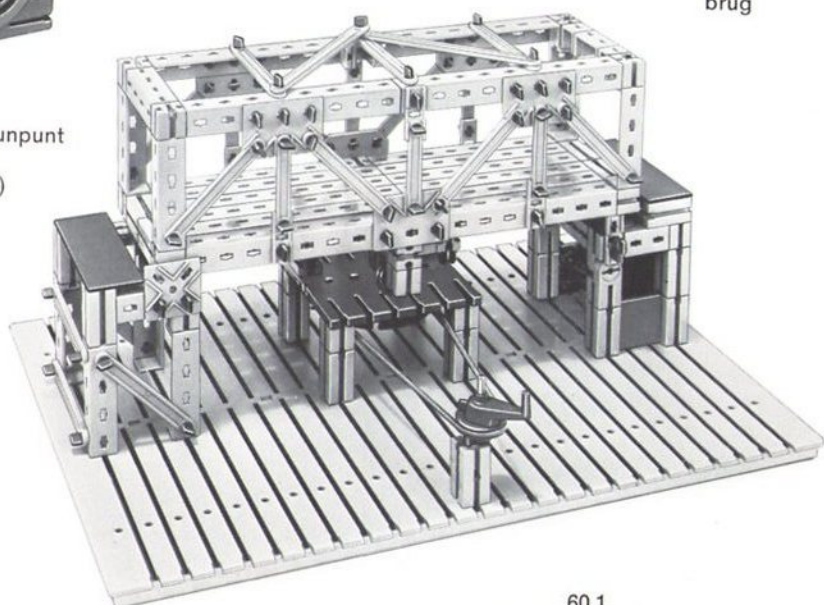
60.6  
middensteunpunt,  
bouwphase 1



60.2  
bouwphase 1



60.8  
draaiende  
brug



60.1

### Ophaalbrug

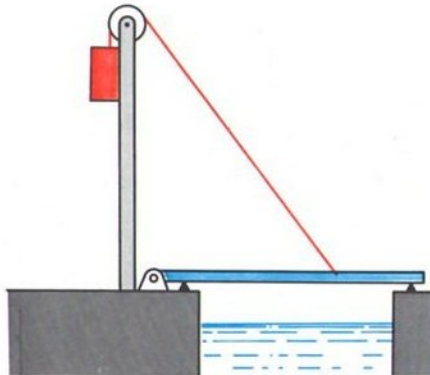
Bij ophaalbruggen vinden we vaak bijzonder vernuftige oplossingen voor het evenwicht, het ophalen en neerlaten en de aandrijving.

### Evenwicht

Het gewicht van de klep wordt met een kontragewicht gekompenseerd. Dit gebeurt omdat dan minder energie nodig is om de klep omhoog te halen. In fig. 61.1 en het model van 62.1 is de balans verkregen met kontragewichten die aan kabels hangen welke over katrollen lopen.

Let op: voor het draaipunt van de klep zit nog een steunpunt dat samen met het steunpunt aan de overkant, de krachten van het klepgewicht en het verkeer opneemt. Deze constructie ontlast het draaipunt.

Ga met het model na of deze balans van de gewichten wel voldoet. Zoek verder uit of het verplaatsen van de kabelbevestiging aan de klep en/of een verandering (vergroten of verkleinen) van het kontragewicht een betere balans kunnen opleveren.



61.1

Hoe komt het nu dat het kontragewicht de klep alleen in een bepaalde stand (door de wrijving binnen een klein bereik) in evenwicht kan houden? Met de kennis die in de voorgaande hoofdstukken is verworven kunnen we het antwoord zonder meer geven. (Op pag. 77 vindt u het antwoord eveneens).

61.2

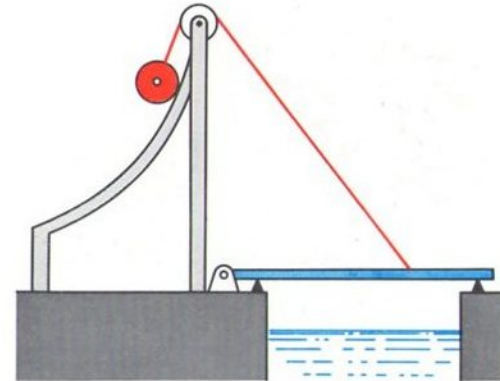
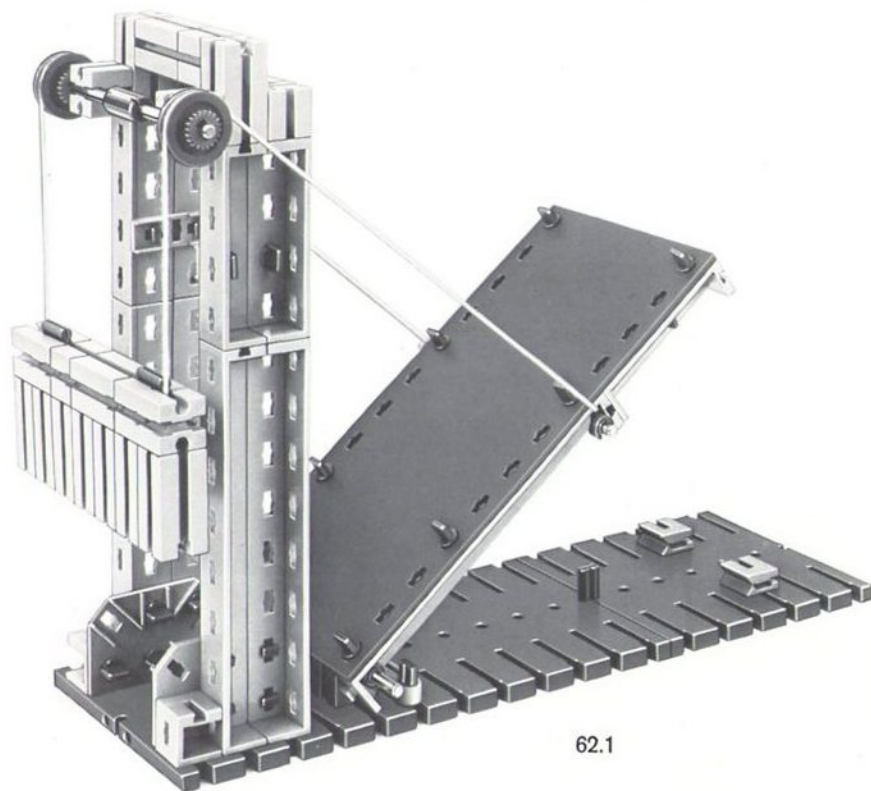


Fig. 61.2 en het bijbehorend model laten een oplossing zien waarbij het kontragewicht in balans is met alle mogelijke klepstanden. Het kontragewicht glijdt nu langs een holvormige baan naar beneden.

De baan neemt door zijn vorm een groter deel van de kracht op die het kontragewicht uitoefent naarmate de klep hoger en het gewicht lager komt. Zoek uit hoe de evenwichtsverhoudingen veranderen als we de kabels op een ander punt aan de klep bevestigen of de kromming van de baan wijzigen (verwisselen van boogstukken). In het ideale geval is de curve een sinuslijn.

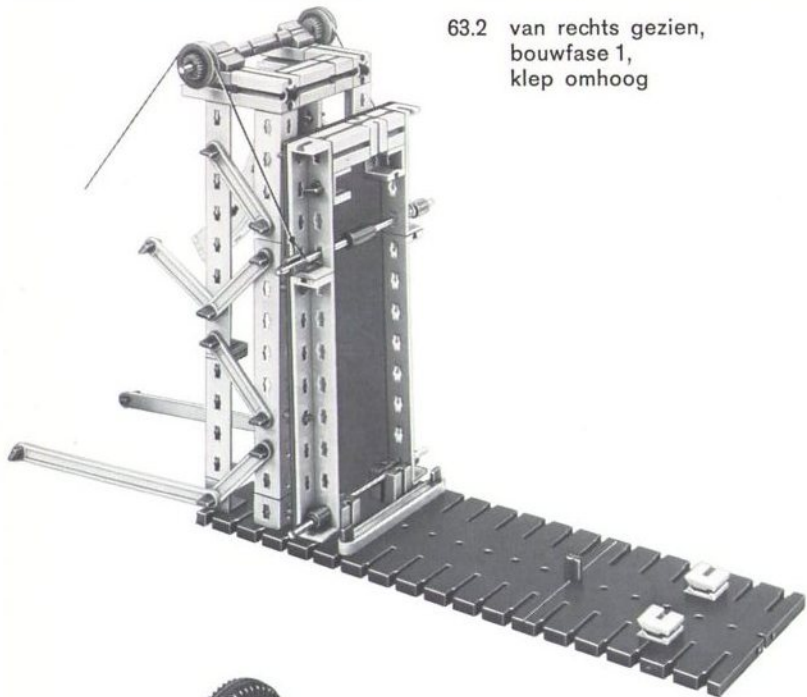


62.2 bouwfase 1

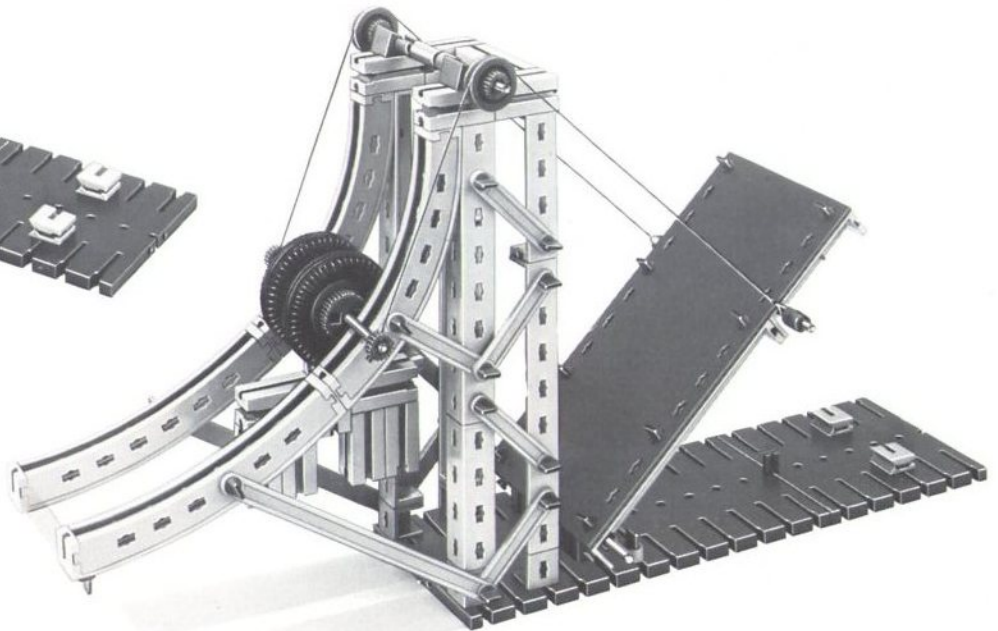


62.1

63.2 van rechts gezien,  
bouwfase 1,  
klep omhoog



63.3  
kontragewicht



63.1



### Kontragewicht aan de klep

Het kontragewicht kan ook direct aan de klep worden bevestigd. Deze wordt daarvoor links van zijn draaipunt met een arm verlengd (fig. 64.1 en de modellen 65.1 en 66.1).

Zoals gemakkelijk valt in te zien, zal het kontragewicht in elke stand van de klep voor een volledig evenwicht zorgen. Een bekend voorbeeld van deze constructie is de Towerbridge in London (61 m breed). Het kontragewicht kan zoals in model 65.1 aan de zijkant van het wegdek zijn geplaatst of zoals in model 66.1 er onder.

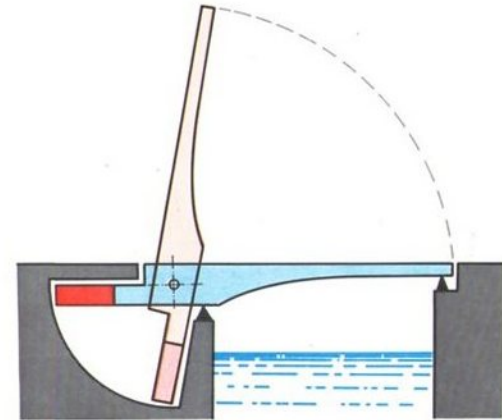
Hierbij doen zich bepaalde moeilijkheden voor; het naar beneden zwenkende kontragewicht vereist zwaairuimte in de pijler, die toeneemt naarmate de arm voor het kontragewicht langer is. Om te voorkomen dat het gewicht te groot wordt, neemt men voor de gewichtsarm bij kleinere bruggen de helft van de kleplengte. Maar voor grotere bruggen is niet meer dan een derde of minder mogelijk.

In elk geval wordt de ruimte – het armsgat zogezegd – in de pijler erg groot. Deze neemt veel plaats in op de oever en bovendien moet de ruimte – die meestal onder de waterspiegel ligt, zorgvuldig waterdicht worden gemaakt. (Waarom is dat noodzakelijk? Antwoord op pag. 77). De pijlerconstructie wordt op deze wijze duur.

### Stootvoeg

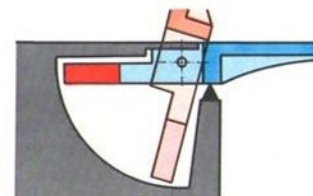
Een bijzonder probleem is ook de plaats van de stootvoeg tussen het vaste wegdek en de klep. Deze voeg kan niet direkt boven het draaipunt liggen, daar de klep dan niet omhoog kan (u kunt dat zelf nagaan met het model). Er blijven twee mogelijkheden over: vóór het draaipunt of er achter. Leggen we de stootvoeg naar de kant van het kontragewicht dan zal het verkeer bij het rijden over de voeg een kracht uitoefenen die de klep probeert omhoog te drukken. Ook voorwerpen die zich bij het openen van de brug nog op de klep bevinden, zullen in de gewichtskamer vallen (fig. 64.1). U kunt dat zelf constateren aan alle modellen waarbij de voeg op deze wijze is geplaatst.

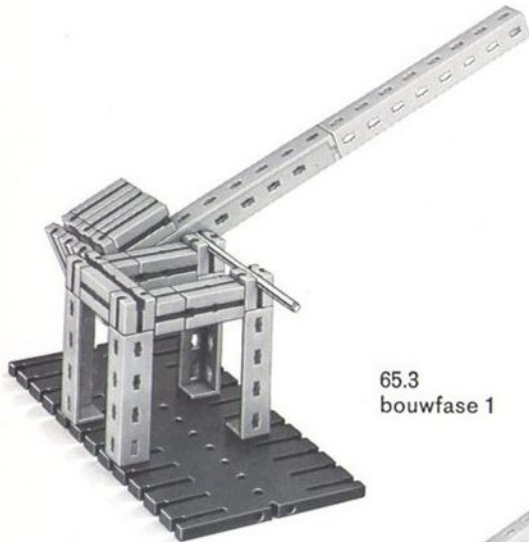
64.1



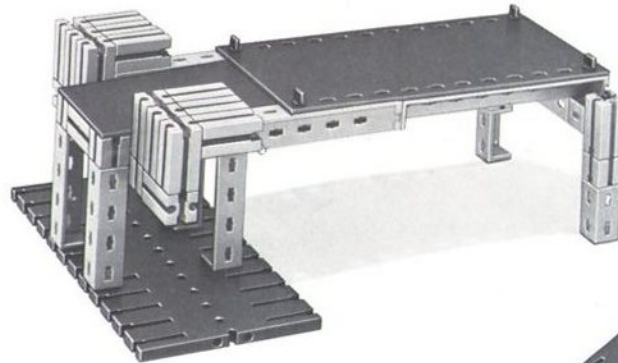
De genoemde nadelen kunnen we vermijden wanneer we de voeg naar de klep verschuiven, zoals in fig. 64.2 en model 65.1 is gedaan. Nu zal de belasting door het verkeer de klep naar beneden drukken. Voorwerpen vallen bij het omhoog gaan van de klep op het vaste wegdek en niet in de gewichtskamer. De voeg moet echter zo dicht mogelijk bij het draaipunt liggen. Dit punt wordt weer door een steunpunt ontlast, waarop de klep in zijn ruststand ligt.

64.2





65.3  
bouwfase 1



65.2 wegdek  
ondersteund



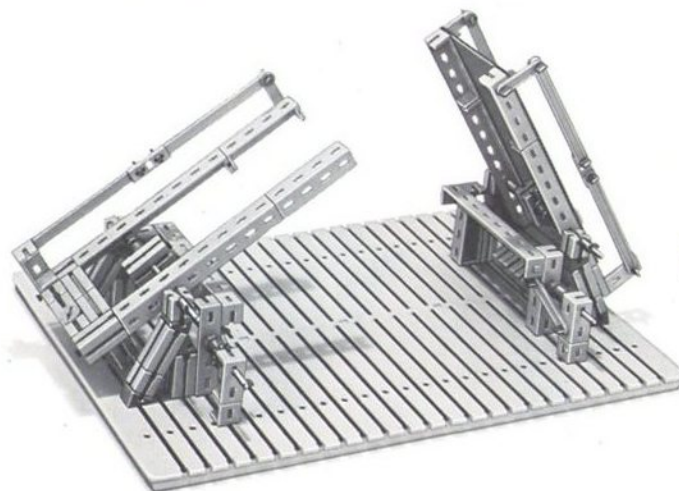
65.4  
bouwfase 2



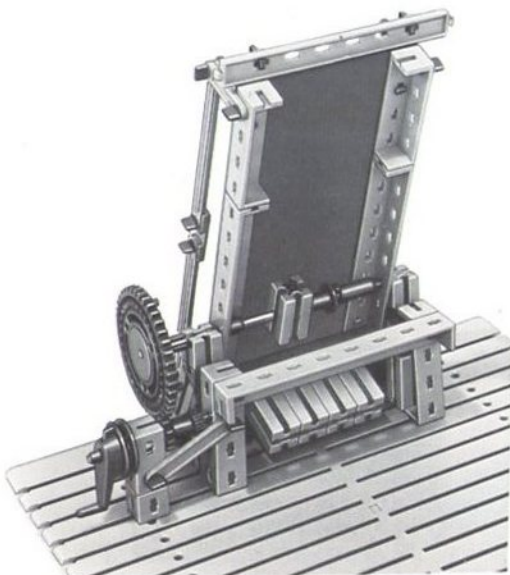
65.1



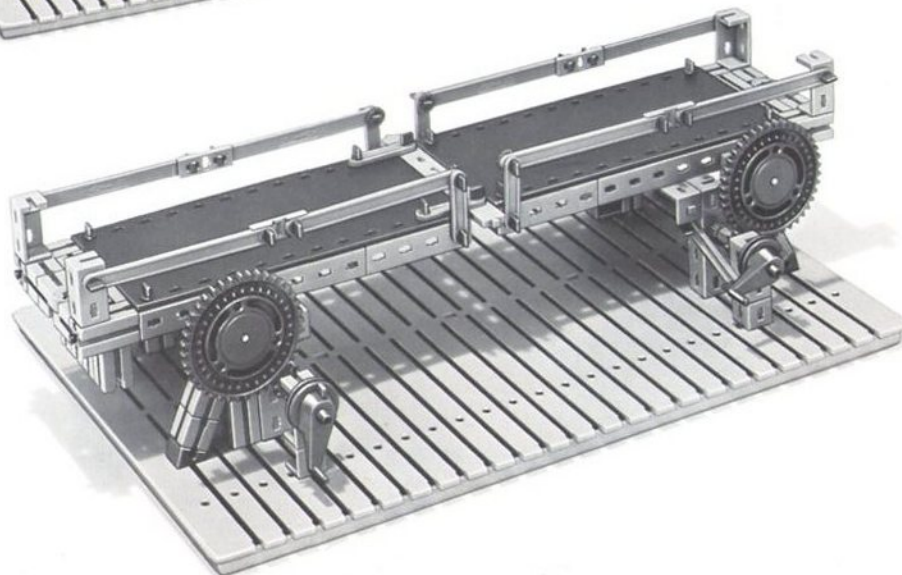
66.3  
bouwfase 1



66.4  
bouwfase 2



66.2  
wegdek  
omhoog

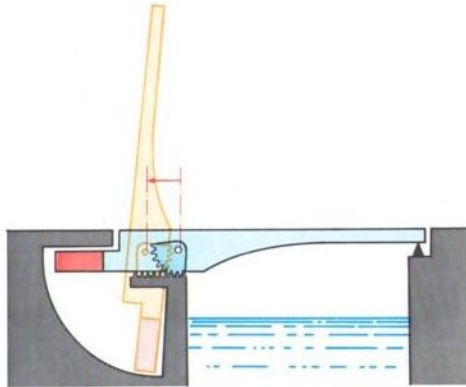


66.1

### Rolbasculebrug

Bij een ander type brug rolt de klep met een tandsegment over een tandstang aan elke kant. In fig. 67.1 is het principe getekend, in figuur 68.1 zien we het bijbehorende model.

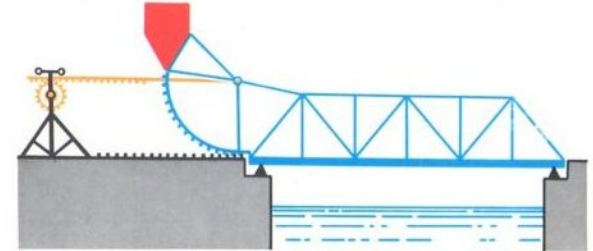
67.1



Een dergelijke brug heeft met een even groot kontragewicht een kleinere draaikamer in de pijler nodig. De konstruktie is daardoor goedkoper. Het grootste voordeel is echter dat de klep niet alleen omhoog gaat, maar tegelijk ook naar achteren rolt. De klep geeft daardoor in een lagere stand de volledige doorvaartopening vrij. De aandrijving is daardoor eenvoudiger.

Figuur 67.2 en model 69.1 geven dezelfde brug weer. De hele brug »rolt« omhoog met twee grote tandsegmenten over tandstangen. Voor de bouw zijn enkele onderdelen uit doos hobby 2 nodig. Deze zijn ook los verkrijgbaar. De ketting zit op een gebogen vlakke draagsteun gespannen, is aan de onderkant bevestigd aan de nok

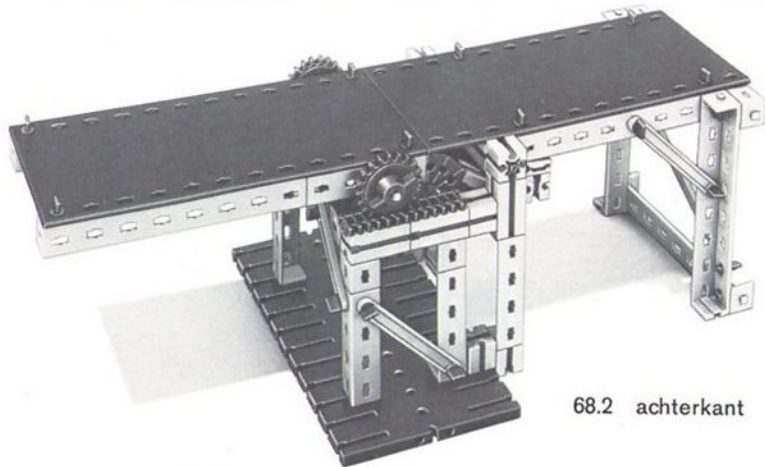
67.2



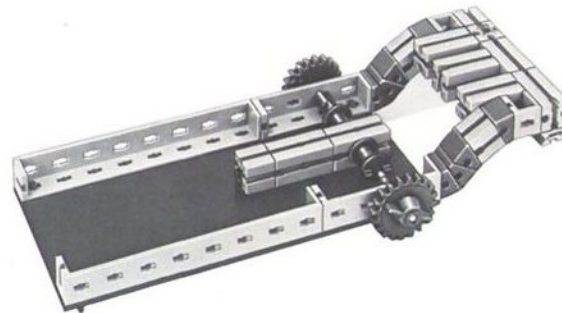
van bouwsteen 15 en bovenaan met bouwsteen 30 verbonden. De motor werkt tevens als kontragewicht dat voor de rest bestaat uit de kassette die met steentjes e. d. kan worden gevuld. De klep moet iets zwaarder zijn dan het kontragewicht.

De motor drijft via een wormtandwiel en een tandwiel Z 30 de touwtrommel aan. Door de touwtrommels tegen elkaar in te draaien, kunnen we de brug horizontaal stellen. In de gesloten stand steunt de klep op de klembussen van as 110, zodat de gebogen kettingen aan weerszijden iets los van de tandstangen komen.

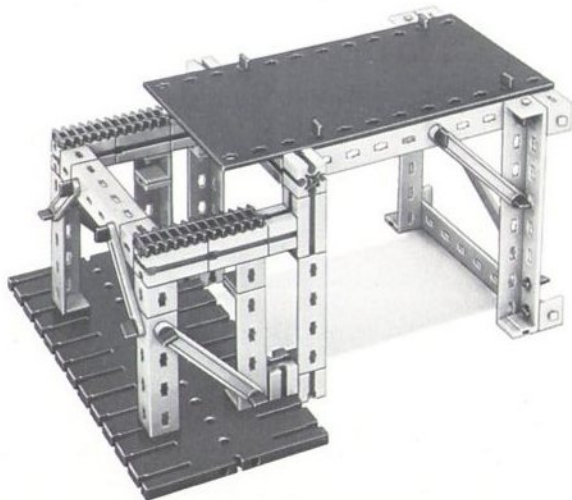
Aan de andere kant rust de klep op de steunpilaar. Echte bruggen van deze konstruktie hebben een aandrijving met een ronsel dat in een tandstang grijpt zoals in fig. 67.2 getekend.



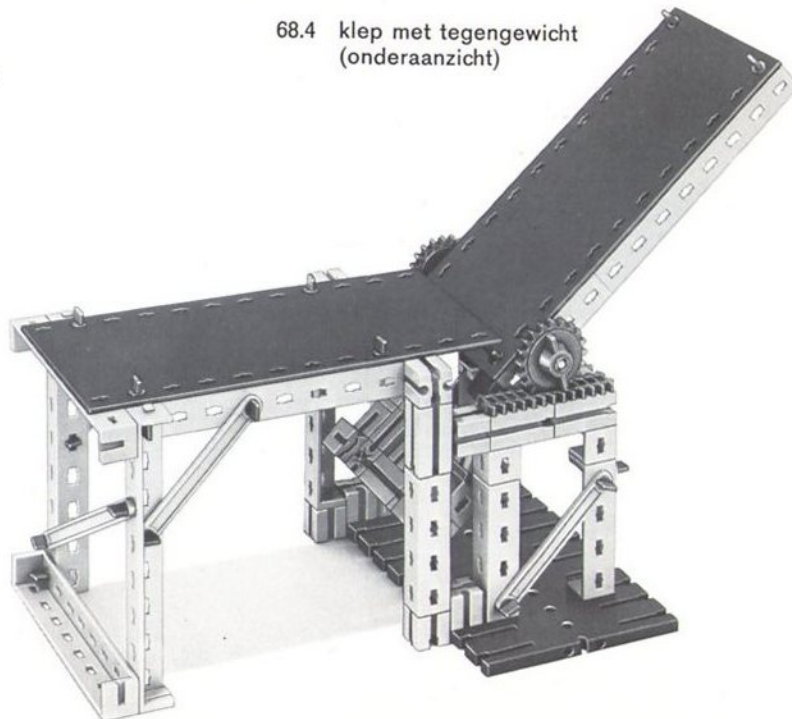
68.2 achterkant



68.4 klep met tegengewicht  
(onderaanzicht)



68.3 bouwfase 1 (achterkant)

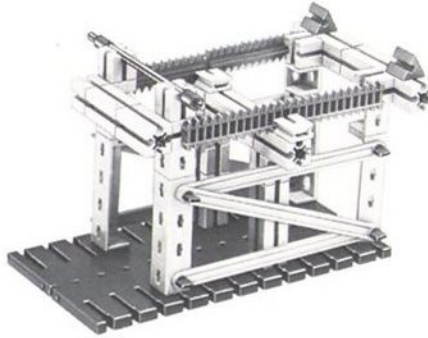


68.1

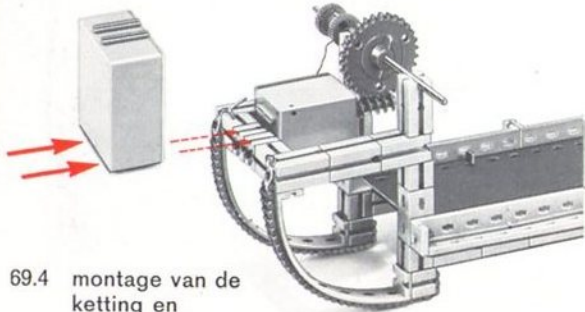
+hobby 2



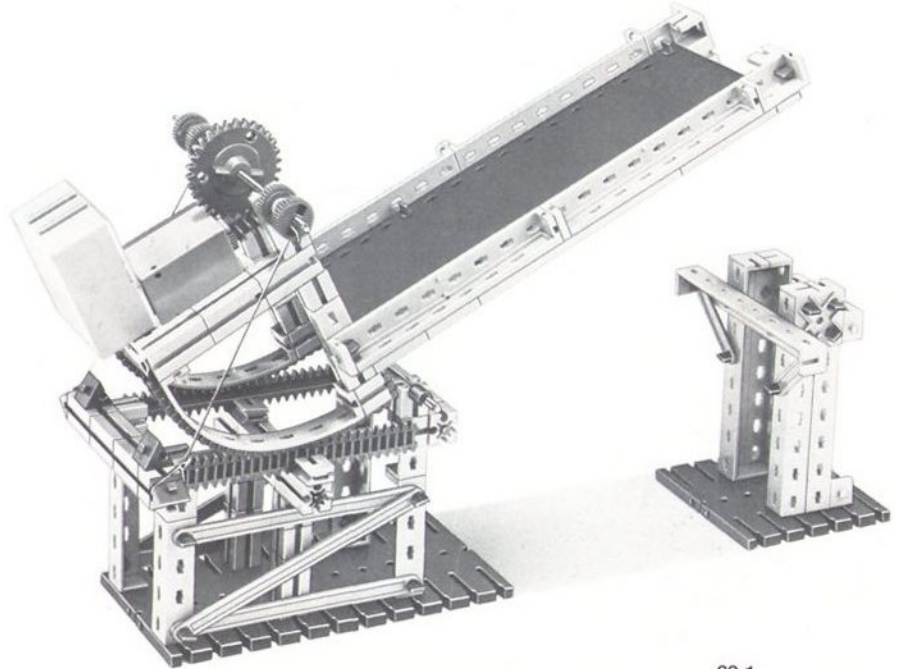
69.2 bouwfase 1, achterzijde



69.3 klep (onderzijde)



69.4 montage van de ketting en de kassette



69.1

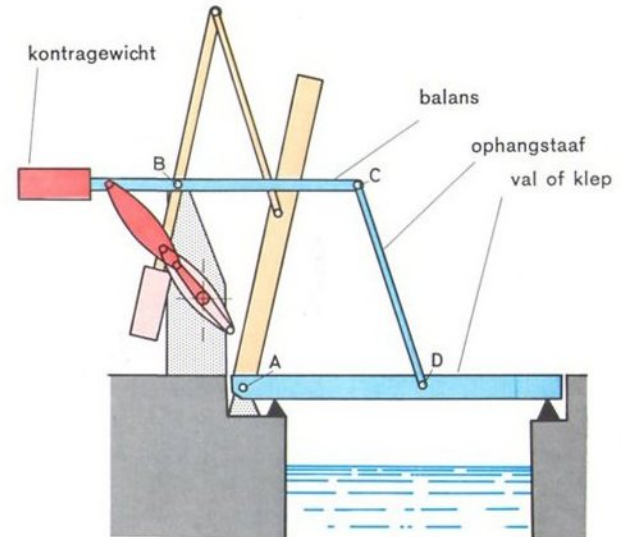
## Ophaalbrug

Velen kennen dit type brug van de schilderijen van Vincent van Gogh. In fig. 70.1 zien we dat de klep of val, de balans en de ophangstaaf een scharnierend parallellogram vormen. Dit parallellogram verandert bij het omhoog gaan van de klep, maar zorgt er voor dat de hoek tussen klep en de balans even groot blijft.

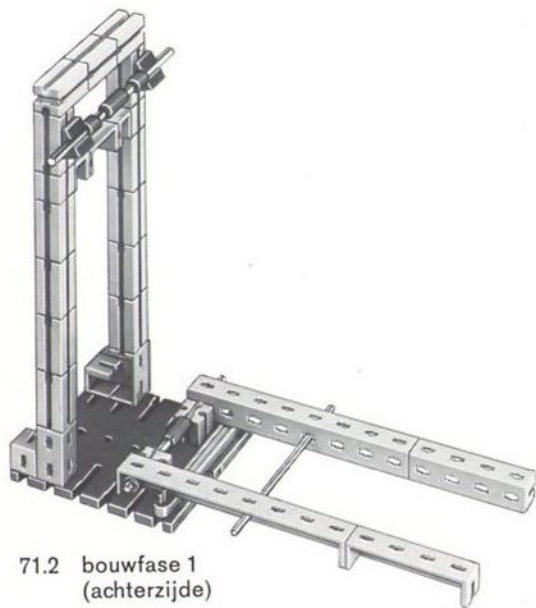
In fig. 72.1 zien we hoe de krachten van de modellen 70.1 en 71.1 zich verhouden.

De scharnieren van model 71.1 moeten gemakkelijk draaien maar mogen geen speling vertonen. We kunnen dan vaststellen dat het kontragewicht in elke stand met de klep in evenwicht is. Brengen we het kontragewicht wat lager en verder van het draaipunt B dan volgens de berekening het geval zou moeten zijn, dan zal de gesloten klep omhoog willen en wanneer zij bijna omhoog is de beweging afremmen. Omgekeerd zal de naar beneden gaande beweging naar verhouding eerst sneller en aan het einde trager verlopen.

(In het model is door de extra steen 15 het tegenovergestelde effect verkregen). Een en ander kunt u zelf met het model nagaan. Dergelijke problemen spelen alleen een rol bij bruggen die met de hand worden bediend. Bij moderne bruggen, aangedreven door een motor heeft de klep altijd een weinig overwicht, zodat deze stevig op het steunpunt aan de overkant rust.



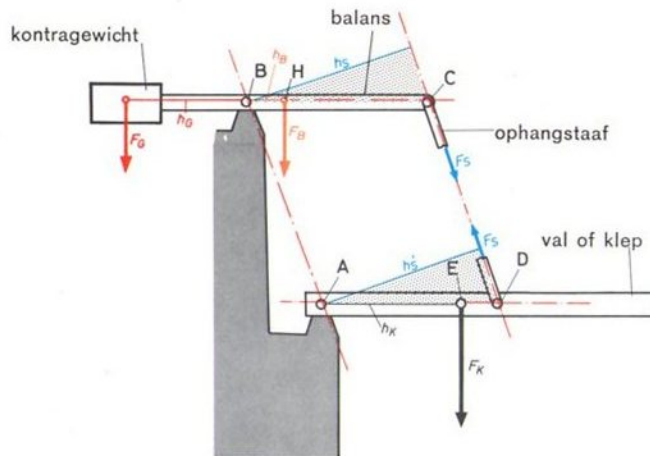
70.1





Berekening van het kontragewicht voor een brug als in fig. 70.1 (model 71.1).

72.1



$h_G$  hefboom van  $F_G$  op draaipunt B

$h_B$  hefboom van  $F_B$  op draaipunt B

$h_S$  hefboom van  $F_S$  op draaipunt B

$h'_S$  hefboom van  $F'_S$  op draaipunt A

$h_K$  hefboom van  $F'_K$  op draaipunt A

Voor de momenten op punt B geldt:

$$-F_S \cdot h_S - F_B \cdot h_B + F_G \cdot h_G = 0$$

Op dezelfde wijze geldt voor punt A:

$$-F_K \cdot h_K + F_S \cdot h'_S = 0$$

De punten A B C D vormen in elke stand een parallelogram, daaruit volgt dat  $h_S$  van de balans en  $h'_S$  van de klep steeds aan elkaar gelijk blijven. We kunnen ze in beide vergelijkingen uitrekenen en daarna de vergelijkingen aan elkaar gelijk stellen:

$$F_G \cdot h_G - F_B \cdot h_B = F_K \cdot h_K$$

Hieruit is de kracht  $F_G$  te berekenen die het kontragewicht moet uitoefenen om in evenwicht te zijn met een klep van een bepaald gewicht:

$$F_G = \frac{F_K \cdot h_K + F_B \cdot h_B}{h_G}$$

$F_G$  kracht uitgeoefend door het kontragewicht. Aangrijpingspunt ligt in het zwaartepunt van het kontragewicht.

$F_B$  kracht uitgeoefend door de balk en de helft van de trekstang. Aangrijpingspunt ligt in het gemeenschappelijke zwaartepunt H.

$F_K$  kracht uitgeoefend door het gewicht van de klep en de andere helft van de trekstang. Aangrijpingspunt in het gemeenschappelijke zwaartepunt E.

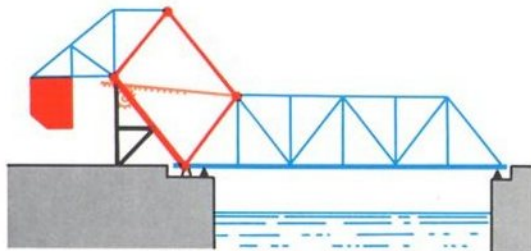
$F_S$  kracht in de trekstang, treedt als inwendige kracht tweemaal op. Eenmaal in punt C aangrijpend, als tegenkracht in punt D aangrijpend.

### Andere konstrukties

Een andere konstruktie van de ophaalbrug volgens het parallelogram principe zien we in fig. 73.1. Het bijbehorende model toont fig. 74.1. Het gaat om een brug die b. v. als spoorbrug is uitgevoerd met een afstand van 40 meter tussen de steunpunten. Evenals in werkelijkheid wordt ons model met een tandstang aangedreven.

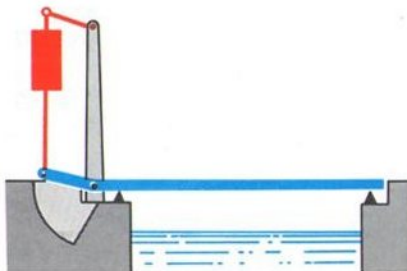
Let op hoe de tandstang beveiligd is tegen het losspringen van het rondsel. De kassette vullen we weer met steentjes e. d. voor het kontragewicht. Aan elke kant moet voor de klep een steunpunt zijn.

73.1



In fig. 73.2 zien we nog een andere konstruktie. De kontragewichten hangen hier aan koppelstangen. In fig. 75.1 zijn bouwstenen 30 als kontragewicht gebruikt en met een elastiekje aan de koppelstangen (X-spanten 169.6) bevestigd.

Bij het overeenkomstige model 76.1 werkt de aandrijving met een trekstang en een tandwielkast. Tussen trekstang en ft-draaischijf zit een as 30 die als scharnier funktioneert. De klembus daarop begrenst de draaiing van de schijf.



73.2

#### Aandrijving

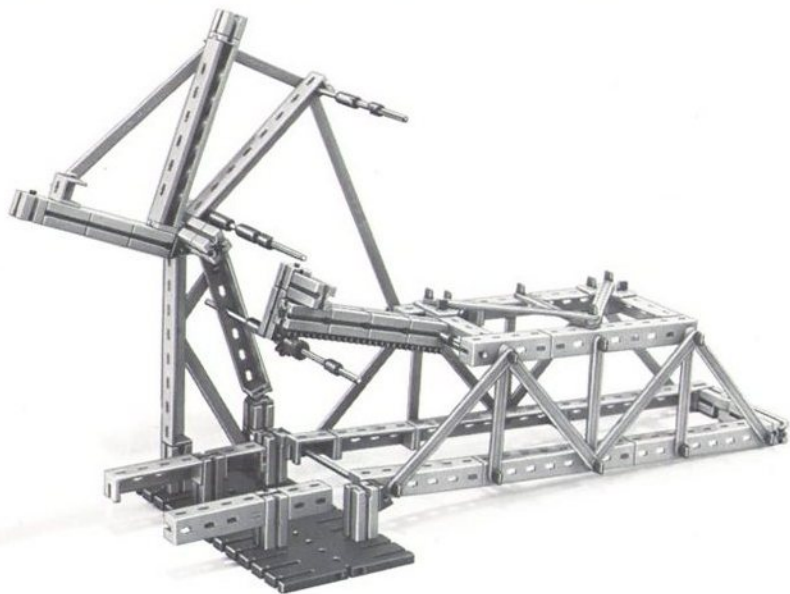
Meestal werkt de aandrijving van de moderne ophaalbrug elektrisch. Daarnaast is er soms een Diesel-hulpinstallatie en in noodgevallen of bij reparaties is de brug met de hand te bedienen.

Door het kontragewicht hoeft het vermogen van de aandrijving niet zo groot te zijn. Het gaat om het overwinnen van wrijvingskrachten, onvolkomenheden in de balans, ijsafzetting en de kracht van de wind. De tijd nodig om een ophaalbrug te openen, ligt tussen de 1 en 5 minuten, afhankelijk van de grootte.

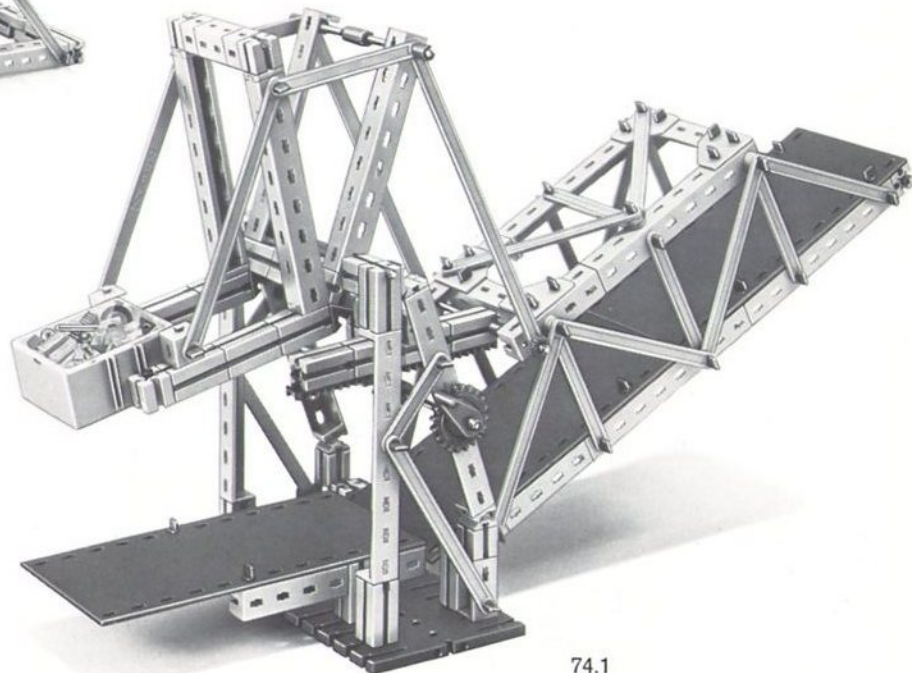
De aandrijving zelf kan met een rondsel gebeuren, dat in een tandkrans, een getande boog of een tandsegment grijpt. Zie de dubbele brug van model 66.1. Hier moeten overigens de bewegingen van beide kleppen elektrisch worden gesynchroniseerd om de openingstijd minimaal te houden.

Al deze aandrijvingen hebben een rem nodig. Vaak wordt de aandrijving vlak voor een eindstand is bereikt op lage snelheid teruggeschakeld.

In andere gevallen (modellen 74.1 en 78.1) wordt de brug met tandstangen en rondsels aangedreven. Tenslotte is er nog de scharnierende vierhoek zoals aangegeven in fig.70.1 en model 76.1. De beide eindstanden van de klep vormen dode punten van de vierhoek. In deze standen is de klep automatisch vergrendeld. Op overeenkomstige wijze is het ook in het model onmogelijk dat de klep vanzelf uit de eindstanden klapt.



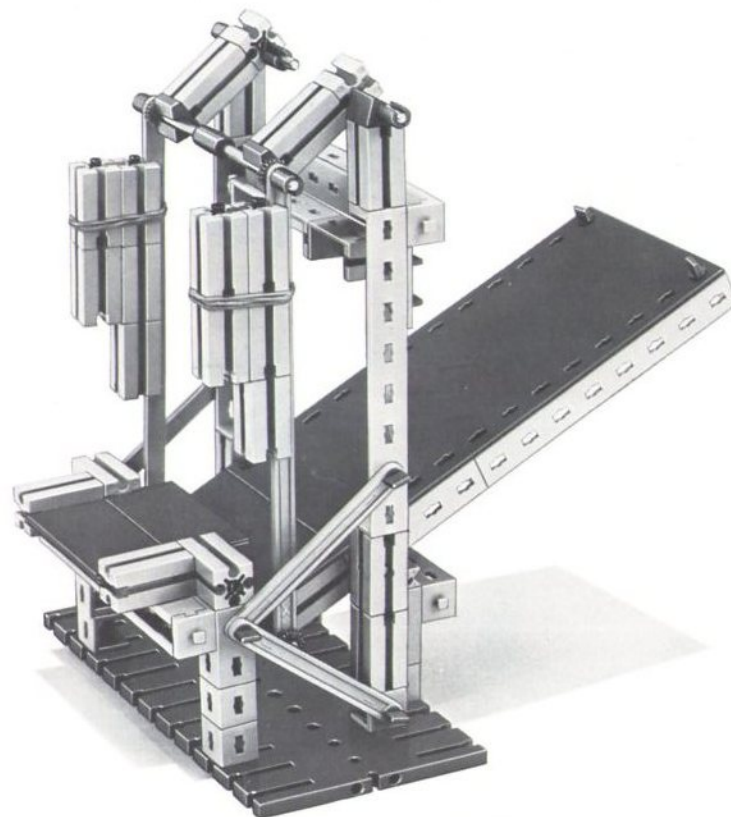
74.2 bouwphase 1



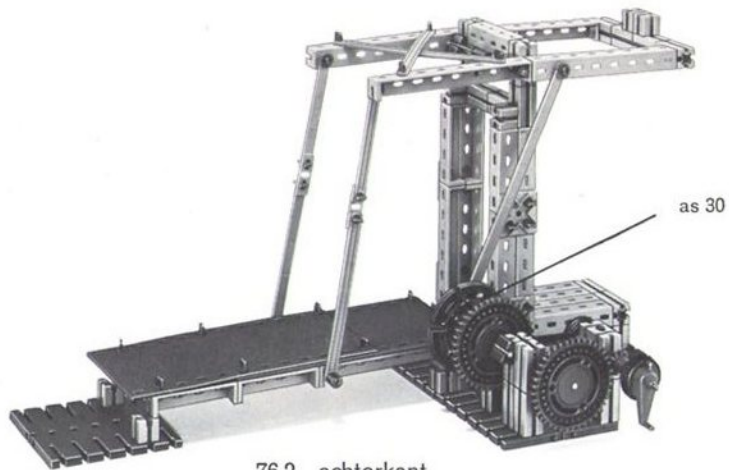
74.1



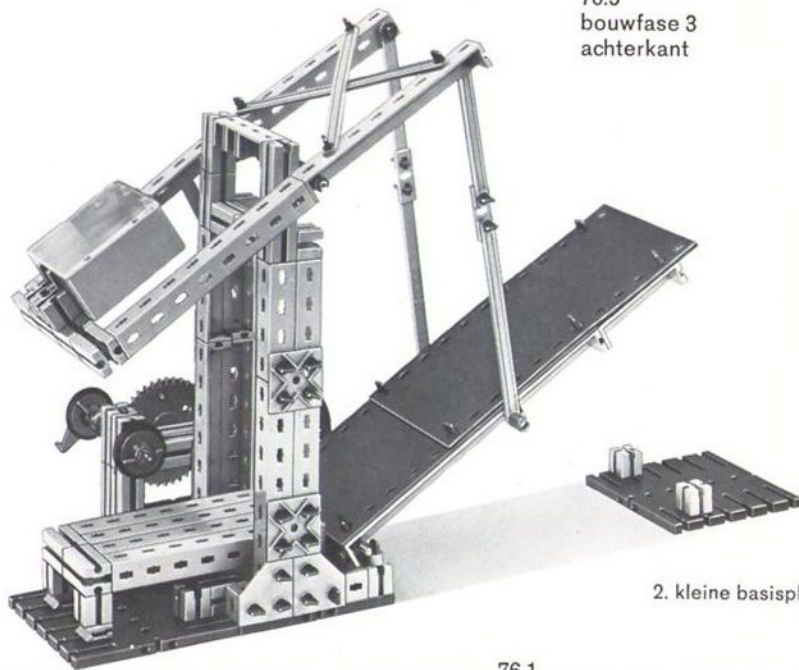
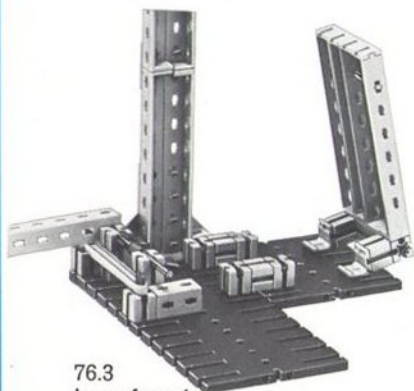
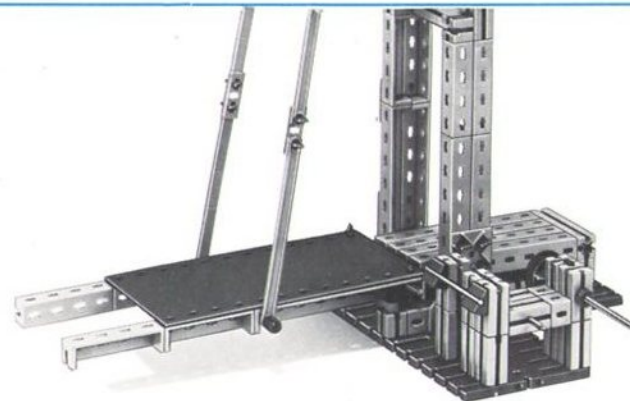
75.2 bouwfase 2



75.1



as 30

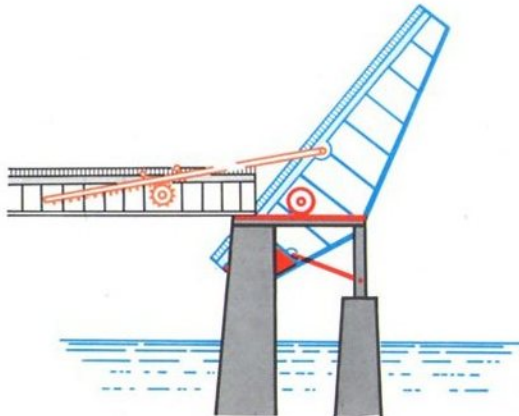


2. kleine basisplaat

### Strobelbrug

In fig. 77.1 zien we het principe van deze brug. Het is een ophaalbrug met verplaatsbaar draaipunt. Deze keer niet met een tandsegment, maar de as waar de brug om draait, loopt heen en weer op wielen langs horizontale banen. Hiervoor is aan elke kant een geleider nodig. In ons model zijn dat X-spanten 63.6. De eigenlijke brug kunnen we met hobby 1 en hobby S bouwen. Voor de oprit en de aandrijving van de tandstangen (zie fig. 78.1) heeft u verder een grote basisplaat en onderdelen uit hobby S en hobby 2 nodig. De tandstangen hebben weer een beveiliging tegen het losspringen van het rondsel.

De eigenlijke brug (zie pag. 79) kunt u ook zonder grote basisplaat en aanvullende onderdelen konstrueren.

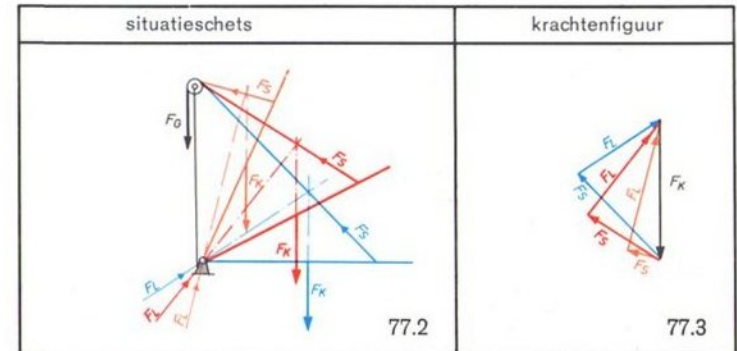


77.1

Zowel met als zonder aandrijving is het de moeite waard het omhoog- en omlaag gaan van deze konstruktie te bekijken. Het voordeel is dat de doorvaart snel wordt vrijgegeven.

Antwoorden op de vragen van pag. 61 en 64:

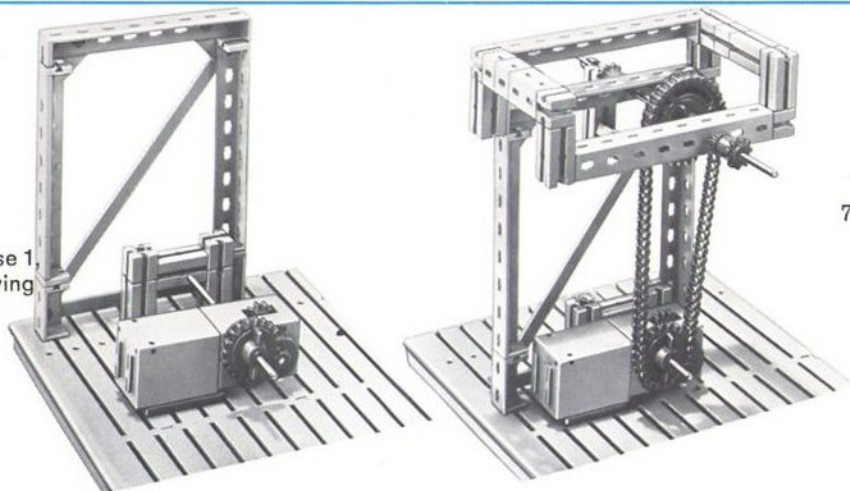
- In fig. 77.2 is de klep in drie standen getekend. Er grijpen drie krachten op de klep aan: het gewicht  $F_G$ , de kracht  $F_L$  in het lager en de kracht  $F_S$  op het touw. Volgens de evenwichtsvoorwaarden geldend voor algemene krachtsystemen (pag. 43), moeten de werklijnen elkaar steeds in één punt snijden. Op grond van deze regel kunnen we de krachtdriehoeken voor de drie standen tekenen (fig. 77.3). Voor elke stand geeft dat een andere kracht  $F_S$  in de kabel. Het kontragewicht moet die leveren. Een normaal kontragewicht levert steeds dezelfde kracht  $F_G$  en die is alleen geschikt voor een bepaalde stand van de brug.



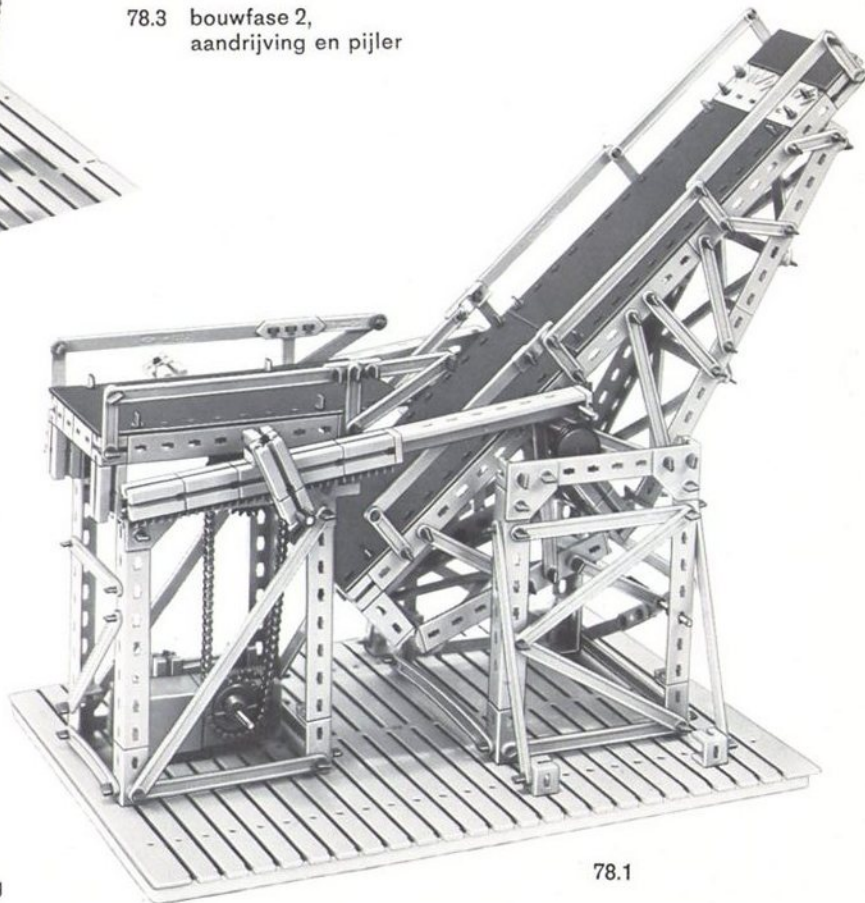
- Als er water in de draaikamer staat, dan verliest het kontragewicht aan kracht door de opwaarts gerichte kracht.

zie ook pag. 79

78.2  
bouwfase 1,  
aandrijving

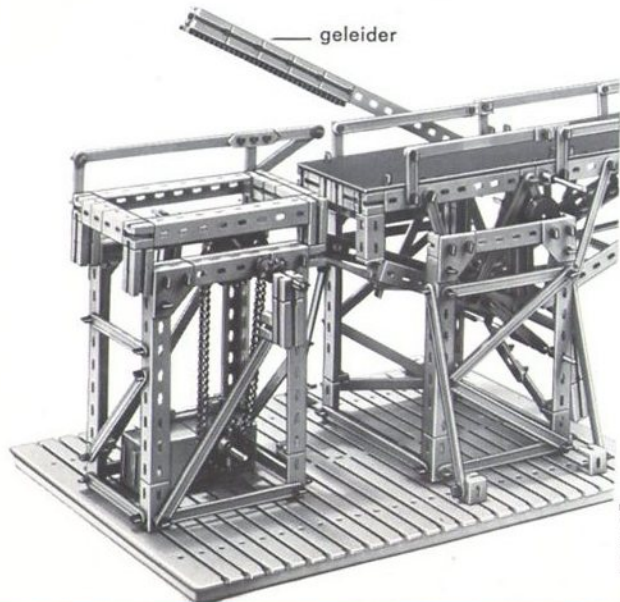


78.3 bouwfase 2,  
aandrijving en pijler

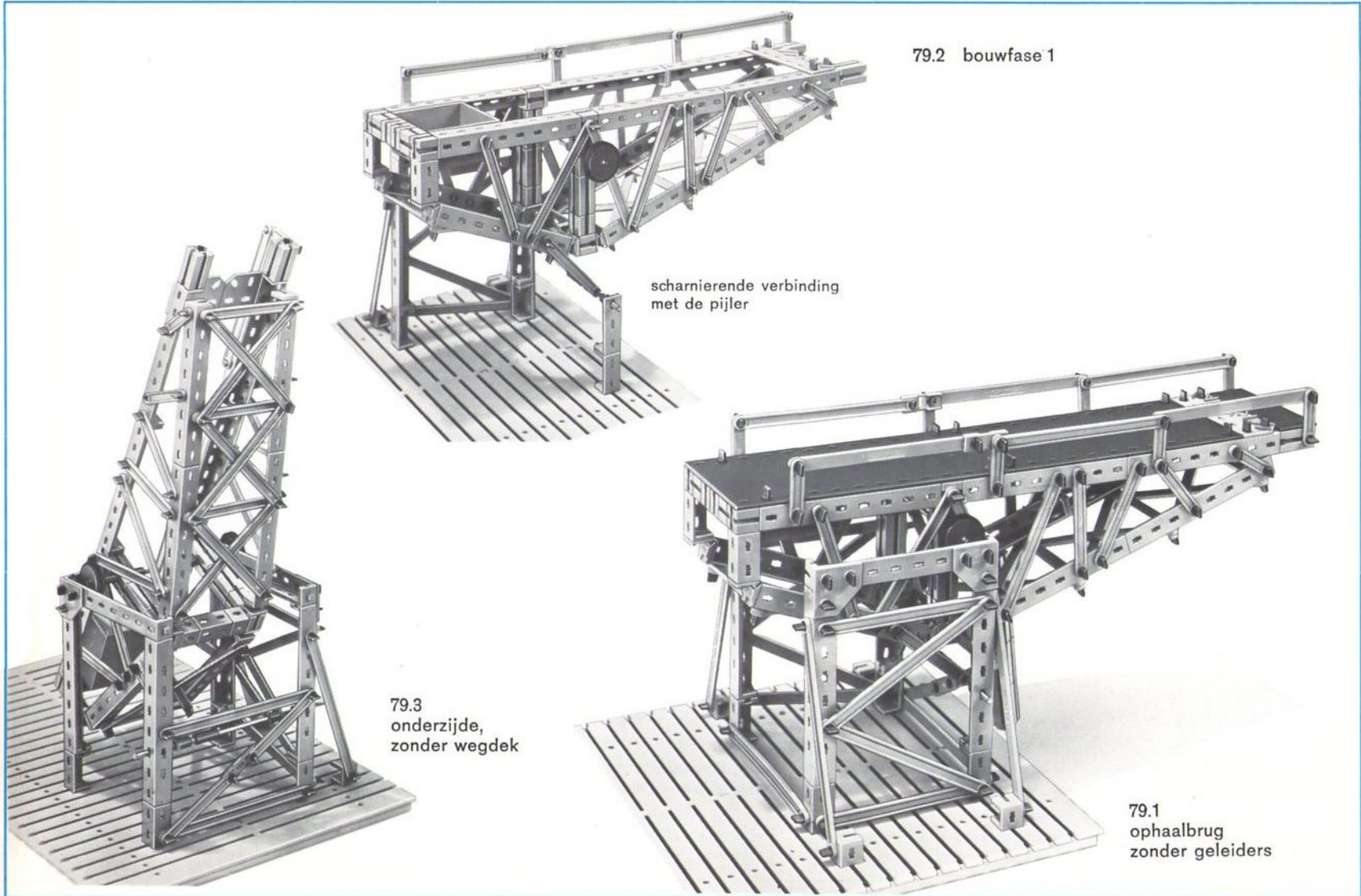


78.1

— geleider



78.4  
pijler  
met aandrijving



79.2 bouwfase 1

scharnierende verbinding met de pijler

79.3 onderzijde, zonder wegdek

79.1 ophaalbrug zonder geleiders



## Overzicht hobbyboeken De volgende delen zijn leverbaar of in voorbereiding

Deel	voor hobby		inhoud
1-1	1	werktuigbouw I	krachten – hefboom – balans – katrol – lier – blokkeren – schakelmechanisme – tandwielaandrijving – drijfriemen – hijswerktuigen
1-2	1	besturingen I	remmen – energieopslag – uurwerken – transportapparatuur – turbines – niet eenparige overbrenging
1-3	1+S	statika I	krachten – evenwicht – vrijheidsgraden – ondersteunen van lichamen – zwaartepunt – ophaalbrug, draaibrug en basculebrug
1-5	1+S	statika II	stabiliteit vakwerkbouw – balkbrug – boogbrug – hangbrug – torens en masten – kabelkraan
2-1	1+2	werktuigbouw II	met motoren aangedreven machines – tandwielaandrijving – kettingaandrijving – motorvermogen – aanpassen van het toerental – mechanische besturingen – eenvoudige gereedschapswerktuigen – transportbanden
2-2	1+2	werktuigbouw III	vaste, beweegbare en scharnierende koppelingen – schakelkoppelingen – vrijloop – klinkmachine – liften – telwerken
2-4	1+2+S	hijswerktuigen I	historische kranen – armkraan – draaibare kraan – brugkraan – verplaatsbare kraan – drijvende kraan
3-1	1+2+3	elektrische basisschakelingen	schakelapparatuur – magnetisme – elektromagnetisme – thermobimetaal – relais – relaischakelingen – programmadrager
3-2	1+2+S+3	elektrische besturing en logische basisschakelingen	tuiemelrelais – polair relais – flipflop – beveiligingsschakelaar – besturing van een tablettenpers, boorautomaat, portaalkraan – logische schakelingen
4-1	1+2+3+4	principes van de besturing met elektronika bouwstenen	besturingsschakelingen – lichtstraalonderbrekers – alarminstallaties – beveiliging van mens en machine – signaalversterker – temperatuurwaker
4-2	1+2+3+4	elektronisch bestuurd machines en installaties I	automatiseren met lichtstraalonderbrekers – vasthouden van impulsen – besturing met geluid – min/max regeling – vertragingsschakeling – pulsgever – toongenerator
4-3	1+2+3+4+ elektronika bouwstenen	elektronisch bestuurd machines en installaties II	pulsgevers gestuurd met licht, warmte of geluid – digitale tijdmeting – automatisch positioneren – signaaldefinities – codes – flipflop – monoflop
4-4	1+2+3+4+ elektronika bouwstenen	elektronisch bestuurd machines en installaties III	besturing van transportbanden – OR/NOR – AND/NAND – ruitenwissers – verkeerslicht – dyn. AND – telinstallatie

## Inhoud

Wat is statika? Waartoe dient zij?

Evenwicht – Krachten – Momenten

Evenwichtsvoorwaarden

Treksterktemeter  
Kniehefboom

Vrijheidsgraden

Cardanophanging  
Voorbeeld loopkraan

Statisch bepaalde en onbepaalde systemen

Steunpuntsreakties

Beweegbare bruggen

Algemeen  
Hefbruggen  
Draaibruggen  
Ophaalbruggen  
Rolbasculebrug  
Ophaalbrug  
Strauss-brug  
Strobel-brug

hobby 1-3 van de serie hobby »Experimenten en Modellen« bestaat in feite uit twee delen. Het eerste geeft een inleiding op de wetten van de statika met behulp van de dozen hobby 1 of fischertechnik 300 en hobby S of fischertechnik 300 S. In het tweede stuk komt vooral de praktijk aan de orde. De modelbouwers zullen hier alles vinden waar hun hart naar uitgaat: zonder al te veel theorie en beschouwingen technisch perfect werkende modellen bouwen.

Het eerste deel verlangt enige wiskundige kennis, of liever gezegd, de bereidheid zich in de wiskundige en natuurkundige gedachtegang te verdiepen. Daarbij wordt van de lezer uiteraard niet geëist dat hij een professionele beheersing van de konstruktie- en berekeningsmethoden verwerft; het gaat alleen om het begrijpen van de denktrant in de statika en een zeker gevoel voor de verbanden.

U vindt in het eerste stuk van dit boek vele modellen die in plaats van of naast tekeningen, alleen bedoeld zijn ter verduidelijking van natuurkundige wetten.

Het bouwen van de modellen zou u kunnen vergeten, aan de andere kant echter zijn de modellen zo opgezet dat zij een inzicht verschaffen in de technisch juiste konstruktie van staanders, masten, stijlen e.d. Om die reden is minstens een nauwgezette bestudering de moeite waard.

Het tweede stuk van dit boek behandelt beweegbare bruggen en grijpt slechts een enkele keer terug op de theorie. De bouw van de modellen is dan ook heel goed mogelijk zonder dat u zich uitgebreid in het theoretische deel van dit boek heeft verdiept. U zult er overigens verbaasd van staan hoeveel oplossingen er zijn voor het probleem van de beweegbare brug.

De meeste modellen kunt u met de onderdelen van doos hobby 1 of basisdoos 300 en hobby S of statika doos 300 S bouwen. In enkele gevallen zijn een paar onderdelen uit hobby 2 of motordoen mot. 1 en mot. 2 en aanvullingsdozen (dubbelrails 058) nodig. Voor vele modellen is een grote basisplaat erg handig, noodzakelijk is deze echter slechts in 2 gevallen.